INFORMATIK-BIBER SCHWEIZ
CASTOR INFORMATIQUE SUISSE
CASTORO INFORMATICO SVIZZERA

Aufgaben und Lösungen 2022

Alle Stufen

https://www.informatik-biber.ch/

Herausgeber:

Susanne Datzko, Nora A. Escherle,
Jean-Philippe Pellet

SV!A
www.svia-ssie-ssii.ch
schweizerischer verein für informatik in der ausbildung // société suisse pour l'informatique dans l'enseignement // società svizzera per l'informatica nell'insegnamento

HASLERSTIFTUNG ETH zürich | ABZ AUSBILDUNGS- UND BERATUNGSZENTRUM FÜR INFORMATIKUNTERRICHT hep/ Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana SUPSI

Mitarbeit Informatik-Biber 2022

Masiar Babazadeh, Susanne Datzko, Jean-Philippe Pellet, Giovanni Serafini, Bernadette Spieler

Projektleitung: Nora A. Escherle

Herzlichen Dank für die Aufgabenentwicklung für den Schweizer-Wettbewerb an:
Juraj Hromkovič, Christian Datzko, Jens Gallenbacher, Regula Lacher: ETH Zürich, Ausbildungges- und Beratungszentrum für Informatikunterricht
Tobias Berner: Pädagogische Hoschschule Zürich
Waël Almoman: Collège Voltaire

Die Aufgabenauswahl wurde erstellt in Zusammenarbeit mit den Organisatoren von Bebras in Deutschland, Österreich, Ungarn, Slowakei und Litauen. Besonders danken wir:
Valentina Dagienė, Tomas Šiaulys, Vaidotas Kinčius: Bebras.org
Wolfgang Pohl, Hannes Endreß, Ulrich Kiesmüller, Kirsten Schlüter, Michael Weigend: Bundesweite Informatikwettbewerbe (BWINF), Deutschland
Wilfried Baumann, Liam Baumann, Anoki Eischer, Thomas Galler, Benjamin Hirsch, Martin Kandlhofer, Katharina Resch-Schobel: Österreichische Computer Gesellschaft
Gerald Futschek, Florentina Voboril: Technische Universität Wien
Zsuzsa Pluhár: ELTE Informatikai Kar, Ungarn
Michal Winzcer: Comenius University, Slowakei

Die Online-Version des Wettbewerbs wurde auf cuttle.org realisiert. Für die gute Zusammenarbeit danken wir:
Eljakim Schrijvers, Justina Dauksaite, Dave Oostendorp, Alieke Stijf, Kyra Willekes, Jo-Ann Bolten: cuttle.org, Niederlande
Chris Roffey: UK Bebras Administrator, Vereinigtes Königreich

Für den Support während den Wettbewerbswochen danken wir:
Hanspeter Erni: Schulleitung Sekundarschule Rickenbach

Christoph Frei: Chragokyberneticks (Logo Informatik-Biber Schweiz)
Dr. Andrea Leu, Maggie Winter, Lena Frölich: Senarclens Leu + Partner AG

Die deutschsprachige Fassung der Aufgaben wurde ähnlich auch in Deutschland und Österreich verwendet.

Die französischsprachige Übersetzung wurde von Elsa Pellet und die italienischsprachige Übersetzung von Christian Giang erstellt.

INFORMATIK-BIBER SCHWEIZ
CASTOR INFORMATIQUE SUISSE
CASTORO INFORMATICO SVIZZERA

Der Informatik-Biber 2022 wurde vom Schweizerischen Verein für Informatik in der Ausbildung (SVIA) durchgeführt und massgeblich von der Hasler Stiftung unterstützt. Wettbewerbssponsoren sind das Amt für Wirtschaft und Arbeit des Kantons Zürich sowie die UBS.

Dieses Aufgabenheft wurde am 22. November 2023 mit dem Textsatzsystem LaTeX erstellt. Wir bedanken uns bei Christian Datzko für die Entwicklung und langjährige Pflege des Systems zum Generieren der 36 Versionen dieser Broschüre (nach Sprachen und Schulstufen). Das System wurde analog zum Vorgänger-System neu programmiert, welches ab 2014 gemeinsam mit Ivo Blöchliger entwickelt wurde. Jean-Philippe Pellet danken wir für die Entwicklung der `bebras` Toolchain, die seit 2020 für die automatisierte Konvertierung der Markdown- und YAML-Quelldokumente verwendet wird.

Hinweis: Alle Links wurden am 1. Dezember 2022 geprüft.

Vorwort

Der Wettbewerb «Informatik-Biber», der in verschiedenen Ländern der Welt schon seit mehreren Jahren bestens etabliert ist, will das Interesse von Kindern und Jugendlichen an der Informatik wecken. Der Wettbewerb wird in der Schweiz in Deutsch, Französisch und Italienisch vom Schweizerischen Verein für Informatik in der Ausbildung SVIA durchgeführt und von der Hasler Stiftung unterstützt.

Der Informatik-Biber ist der Schweizer Partner der Wettbewerbs-Initiative «Bebras International Contest on Informatics and Computer Fluency» (`https://www.bebras.org/`), die in Litauen ins Leben gerufen wurde.

Der Wettbewerb wurde 2010 zum ersten Mal in der Schweiz durchgeführt. 2012 wurde zum ersten Mal der «Kleine Biber» (Stufen 3 und 4) angeboten.

Der Informatik-Biber regt Schülerinnen und Schüler an, sich aktiv mit Themen der Informatik auseinander zu setzen. Er will Berührungsängste mit dem Schulfach Informatik abbauen und das Interesse an Fragenstellungen dieses Fachs wecken. Der Wettbewerb setzt keine Anwenderkenntnisse im Umgang mit dem Computer voraus – ausser dem «Surfen» im Internet, denn der Wettbewerb findet online am Computer statt. Für die Fragen ist strukturiertes und logisches Denken, aber auch Phantasie notwendig. Die Aufgaben sind bewusst für eine weiterführende Beschäftigung mit Informatik über den Wettbewerb hinaus angelegt.

Der Informatik-Biber 2022 wurde in fünf Altersgruppen durchgeführt:

- Stufen 3 und 4 («Kleiner Biber»)
- Stufen 5 und 6
- Stufen 7 und 8
- Stufen 9 und 10
- Stufen 11 bis 13

Jede Altersgruppe erhält Aufgaben in drei Schwierigkeitsstufen: leicht, mittel und schwierig. In den Altersgruppen 3 und 4 waren 9 Aufgaben zu lösen, mit je drei Aufgaben in jeder der drei Schwierigkeitsstufen. Für die Altersklassen 5 und 6 waren es je vier Aufgaben aus jeder Schwierigkeitsstufe, also 12 insgesamt. Für die restlichen Altersklassen waren es 15 Aufgaben, also fünf Aufgaben pro Schwierigkeitsstufe.

Für jede richtige Antwort wurden Punkte gutgeschrieben, für jede falsche Antwort wurden Punkte abgezogen. Wurde die Frage nicht beantwortet, blieb das Punktekonto unverändert. Je nach Schwierigkeitsgrad wurden unterschiedlich viele Punkte gutgeschrieben beziehungsweise abgezogen:

	leicht	**mittel**	**schwer**
richtige Antwort	6 Punkte	9 Punkte	12 Punkte
falsche Antwort	−2 Punkte	−3 Punkte	−4 Punkte

Dieses international angewandte System zur Punkteverteilung soll den Anreiz zum blossen Erraten der Lösung eliminieren.

Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer hatte zu Beginn 45 Punkte («Kleiner Biber»: 27 Punkte, Stufen 5 und 6: 36 Punkte) auf dem Punktekonto.

Damit waren maximal 180 Punkte («Kleiner Biber»: 108 Punkte, Stufen 5 und 6: 144 Punkte) zu erreichen, das minimale Ergebnis betrug 0 Punkte.

Bei vielen Aufgaben wurden die Antwortalternativen am Bildschirm in zufälliger Reihenfolge angezeigt. Manche Aufgaben wurden in mehreren Altersgruppen gestellt. Diese Aufgaben hatten folglich in den verschiedenen Altersgruppen unterschiedliche Schwierigkeitsstufen.

Einige Aufgaben werden für bestimmte Altersgruppen als «Bonus» angegeben: sie haben keinen Einfluss auf die Berechnung der Gesamtpunktzahl. Diese Übungen dienen vielmehr dazu, bei mehreren TeilnehmerInnen mit identischer Punktzahl zu entscheiden, wer sich für eine mögliche nächste Runde qualifiziert.

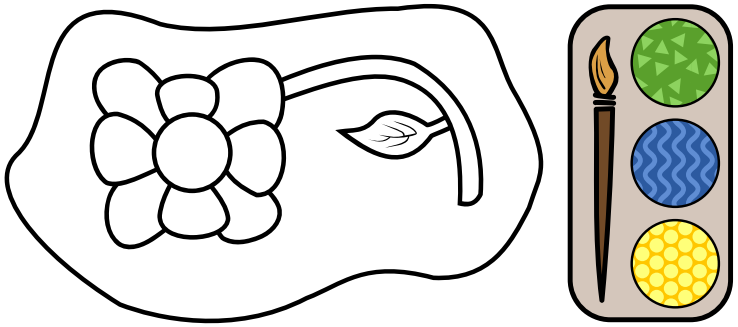
Für weitere Informationen:

SVIA-SSIE-SSII Schweizerischer Verein für Informatik in der Ausbildung
Informatik-Biber
Nora A. Escherle

`https://www.informatik-biber.ch/de/kontaktieren/`
`https://www.informatik-biber.ch/`

Inhaltsverzeichnis

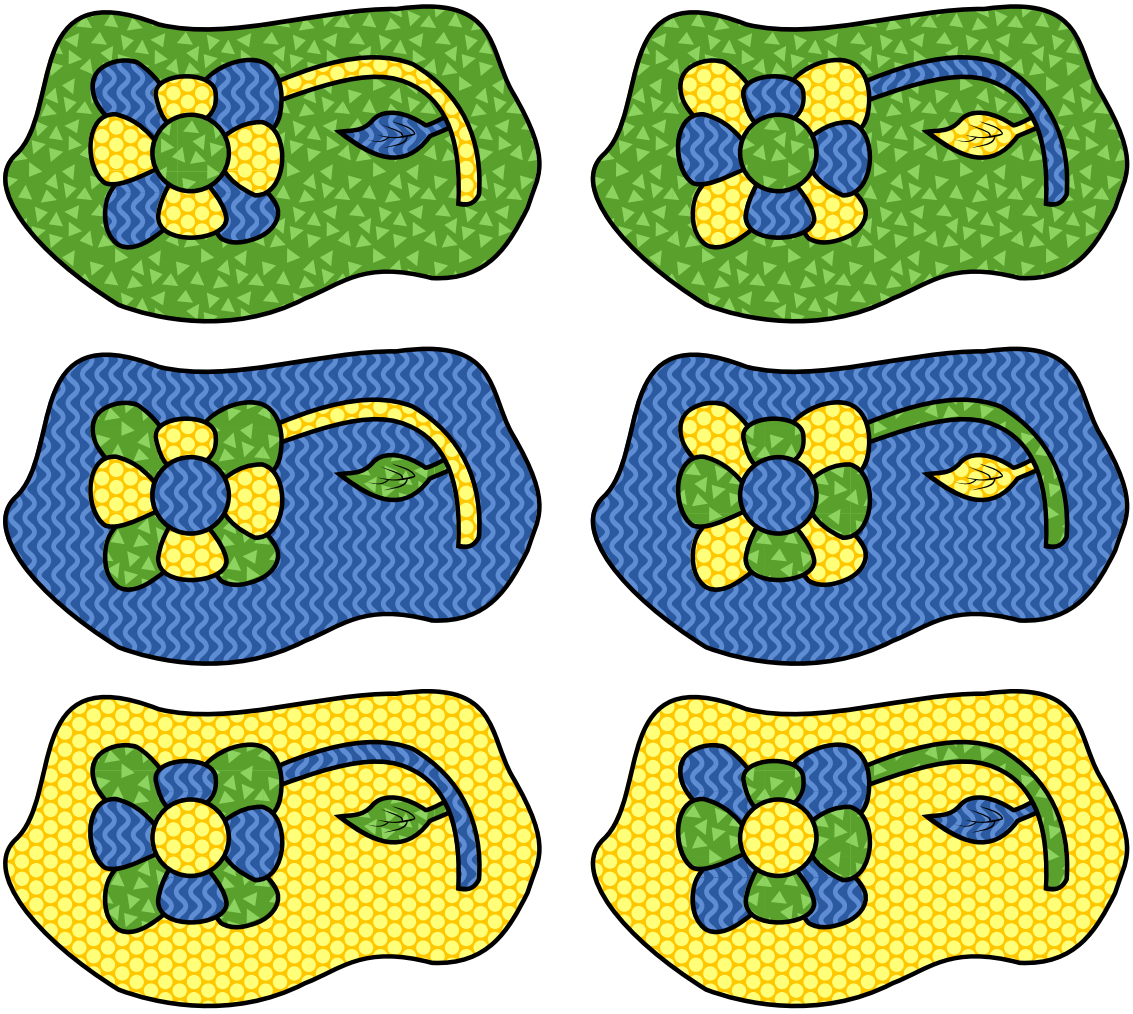
1. Ausmalbild



Male das Bild grün, gelb und blau aus, sodass sich keine zwei gleichfarbigen Flächen berühren.

Lösung

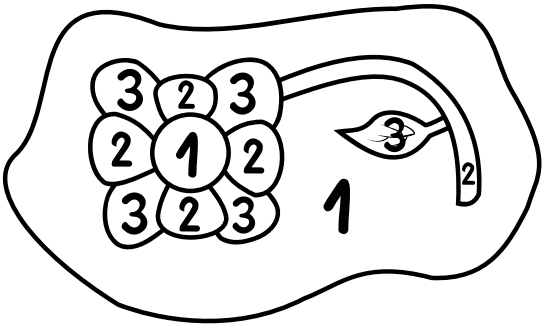
Hier siehst du alle Möglichkeiten, das Bild auszumalen.



Wie kannst du eine der Lösungen finden?

Wähle zuerst eine Farbe für die äußerste Fläche aus, z. B. Gelb. Die meisten anderen Flächen berühren die gelbe Fläche. Also müssen diese blau und grün gefärbt werden. Beginne mit einer dieser Flächen und wechsle die Farben ab. Die Mitte der Blume kann wieder gelb sein.

Dieses nummerierte Bild zeigt diese Strategie unabhängig von Farben:



Dies ist Informatik!

Diese Aufgabe ist eine Zuordnung von Farben zu Flächen, dabei müssen bestimmten Einschränkungen eingehalten werden. In der Informatik und in der Mathematik sind solche Probleme als *Färbungsprobleme* (bzw. «Graph Coloring»-Probleme) bekannt.

Färbungesprobleme haben viele Anwendungen und oft ist es wichtig, möglichst wenige Farben zu verwenden. Beispiele hierfür sind die Einteilung der Teams an einem Sportturnier, das Einteilen von Personen in Gruppen oder die Zuteilung von Frequenzen von Radiosendern. Bei Anwendungen von Färbungsproblemen gibt es meistens mehr Flächen als bei dieser Aufgabe. Es ist oft nicht mehr möglich, eine Färbung mit wenigen Farben händisch zu finden. Informatiker brauchen einen Computer, um solche Aufgaben zu lösen.

Das Färbungsproblem kann auch für Landkarten verwendet werden. Hier ist es das Ziel, eine Färbung zu finden, sodass benachbarte Länder nicht gleich gefärbt sind. Es ist für jede Landkarte möglich, so eine Färbung mit nur vier Farben zu finden. Das ist nicht einfach zu beweisen. Dies gelang erst 1976 dem Mathematiker Kenneth Appel und Wolfgang Haken. Dazu haben sie Computer verwendet, um eine Vielzahl von Ausnahmen und Gegenbeispielen zu überprüfen. Andere Menschen können das ohne Computer nicht nachvollziehen. Deshalb gibt es andere Mathematiker, die den Computereinsatz bei diesem Beweis oder allgemein beim Beweisen kritisch sehen.

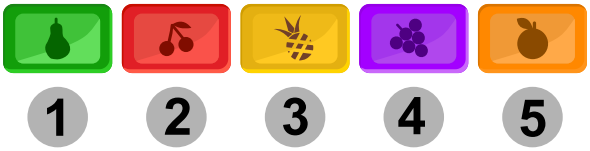
Stichwörter und Webseiten

- Färbungsprobleme: `https://de.wikipedia.org/wiki/Färbung_(Graphentheorie)`
- Vorlesung über den Vier-Farben-Satz: `https://www.youtube.com/watch?v=BNx0ObN6fVc`
- Vier-Farben-Satz: `https://de.wikipedia.org/wiki/Vier-Farben-Satz`

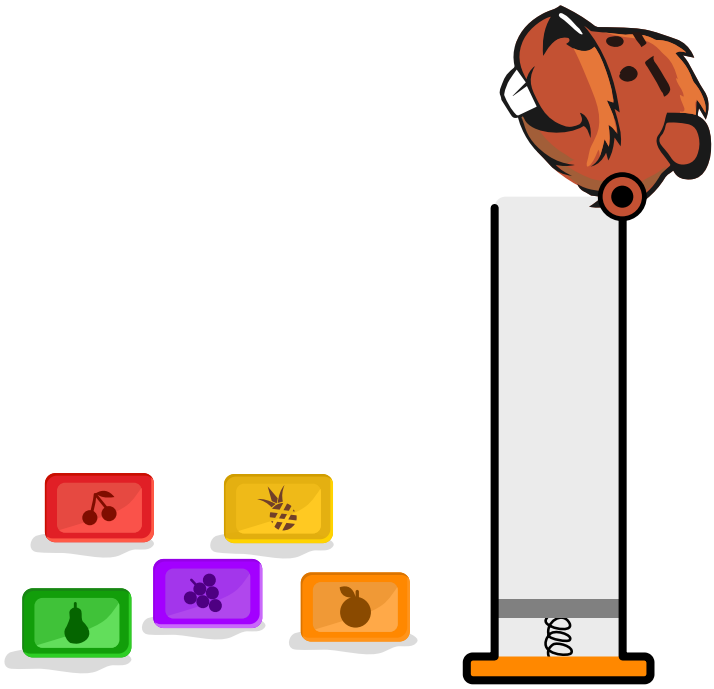
2. Lieblingsbonbons

Anna füllt fünf Bonbons in einen Spender. Danach kann sie die Bonbons so nacheinander essen, wie sie oben aus dem Spender kommen.

Sie möchte die Bonbons so nacheinander essen:



Wie muss Anna die Bonbons in den Spender füllen?



Lösung

Damit die Bonbonsorten in der richtigen Reihenfolge aus dem Spender kommen, ist es wichtig zu verstehen, dass das Bonbon, das zuerst hineingetan wird, als letztes wieder herauskommt. Das bedeutet, dass das Spender auf folgende Weise gefüllt werden muss:

Dies ist Informatik!

Wenn Anna die Bonbons einfach in der Reihenfolge ins Spender füllt, in der sie diese essen möchte, dann kommen sie genau in der umgekehrten Reihenfolge heraus. Deshalb entscheidet sich Anna zunächst für die gewünschte Reihenfolge! Anschliessend stellt sie sich vor, wie sie das Spender befüllen muss, um die Bonbons in der gewünschten Reihenfolge zu erhalten.

Auch für InformatikerInnen ist es oft wichtig, sich über die Reihenfolge Gedanken zu machen. Die Reihenfolge, die in dieser Aufgabe verwendet wird, nennt man «stack order». «Stacks», auf Deutsch *Stapelspeicher*, sind Speicherstrukturen, die Objekte in einer bestimmten Reihenfolge hinzufügen und wegnehmen: Sie arbeiten nach dem Prinzip *«Last in First out»* (LIFO). Das heisst, dass die Objekte, die als letztes hinzugefügt wurden, als erstes wieder hinausgenommen werden.

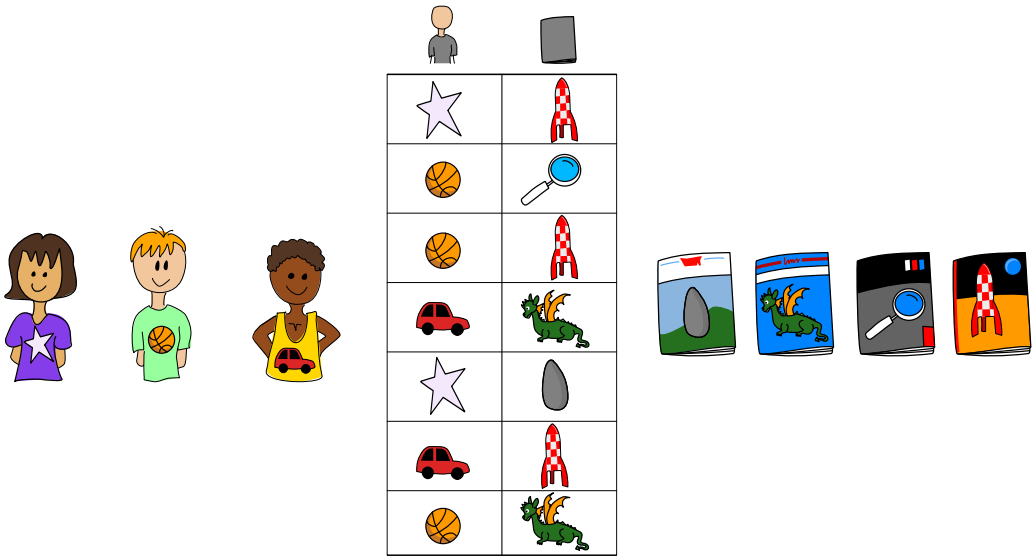
Stichwörter und Webseiten

- Stapelspeicher: `https://de.wikipedia.org/wiki/Stapelspeicher`
- Last in First out (LIFO): `https://de.wikipedia.org/wiki/Last_In_-_First_Out`

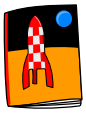
3. Kinder lieben Bücher

Die Kinder leihen in der Bibliothek Bücher aus. Die Bibliothek schreibt in einer Tabelle auf, wer welches Buch ausgeliehen hat.

Welches Buch haben die Kinder am häufigsten ausgeliehen?

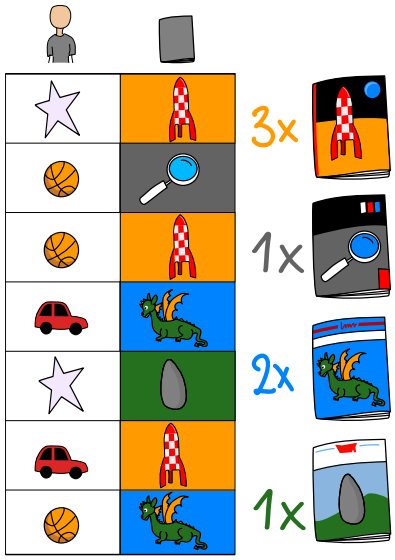


Lösung

Die richtige Antwort ist: 

Folgendes stimmt:

- Drei Kinder haben das Buch mit der Rakete ausgeliehen.
- Ein Kind hat das Buch mit der Lupe ausgeliehen.
- Zwei Kinder haben das Buch mit dem Drachen ausgeliehen.
- Ein Kind hat das Buch mit dem Hinkelstein ausgeliehen.

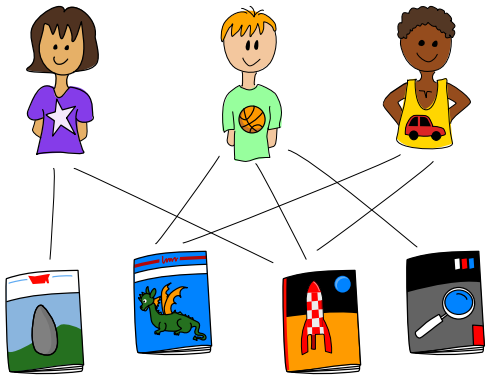


Es ist also das Buch mit der Rakete, das am häufigsten ausgeliehen wurde.

Dies ist Informatik!

Es ist schön, dass die Kinder im Informatik-Biber-Wettbewerb gerne Bücher lesen!

Aber brauchen wir wirklich eine Tabelle mit Kindern und Büchern, um die Wünsche der Kinder darzustellen? Würde es nicht auch gehen, wenn man einfach Linien zeichnen würde?



Das wäre für Menschen einfacher, aber nicht für Computer. Computer können Linien nicht gut lesen. Dafür sind sie sehr gut bei der Arbeit mit Tabellen. Wenn wir wollen, dass Computer uns bei der Arbeit helfen, wie zum Beispiel welches Kind welches Buch ausgeliehen hat, oder welcher Person welches Bankkonto gehört, dann ist es meist eine gute Idee, dies in Tabellen darzustellen.

Tabellen hat man schon vor 4000 Jahren in Babylon eingeführt, um Informationen über *Beziehungen* abzuspeichern. Diese Möglichkeit, Beziehungen abzuspeichern, macht Tabellen zu einem wichtigen Grundkonzept der *relationalen Datenbanken*.

Die Tabellen stellen die Beziehungen zwischen Dingen (oder Menschen) dar. Die Beziehungen bestimmen, wie man die Informationen in den Tabellen darstellt. Wenn es beispielsweise eine Regel gäbe, dass jedes Kind nur ein Buch ausleihen dürfte, hätte die Tabelle nur eine Zeile für jedes Kind. In unserem Beispiel mit der Bibliothek ist es in Ordnung, dass Kinder mehrere Bücher ausleihen dürfen, sie dürfen sogar auch die gleichen Bücher wie andere Kinder ausleihen. In diesem Fall braucht es diese spezielle Tabelle, die die Kinder und Bücher verbindet – und die mehrere Male das gleiche Kind und auch mehrere Male das gleiche Buch auflisten kann.

Die Ausleihtabelle ist praktisch. Wenn ein Buch fehlt, kann der Bibliothekar z. B. nachsehen, ob es verliehen wurde. Die Ausleihtabelle hat zwei Spalten und viele Zeilen. In der ersten Spalte wird das Kind eingetragen, das sich ein Buch ausleiht und in der zweiten Spalte das Buch. So kann die Frage nach dem am häufigsten verliehenen Buch ganz einfach durch Nachzählen in der zweiten Spalte beantwortet werden.

Diese Aufgabe könnte auch ein Computer erledigen. Wenn es sich um eine grosse Bibliothek mit vielen tausend Büchern handelt, dann geht es gar nicht anders! In solch einer grossen Bibliothek würde nicht nur die Ausleihtabelle geführt. Es gäbe auch eine Kundenkartei (Kundentabelle) in der alle Informationen über die Kunden wie Name, Adresse und Telefonnummer hinterlegt wären, und ein Bücherverzeichnis (Büchertabelle) mit Angaben zu den Büchern wie Autor und Titel. So bleibt die Ausleihtabelle ganz schlank weil hier nur die Beziehungen (also wer welches Buch ausgeliehen hat) zwischen den Kunden und den Büchern sind.

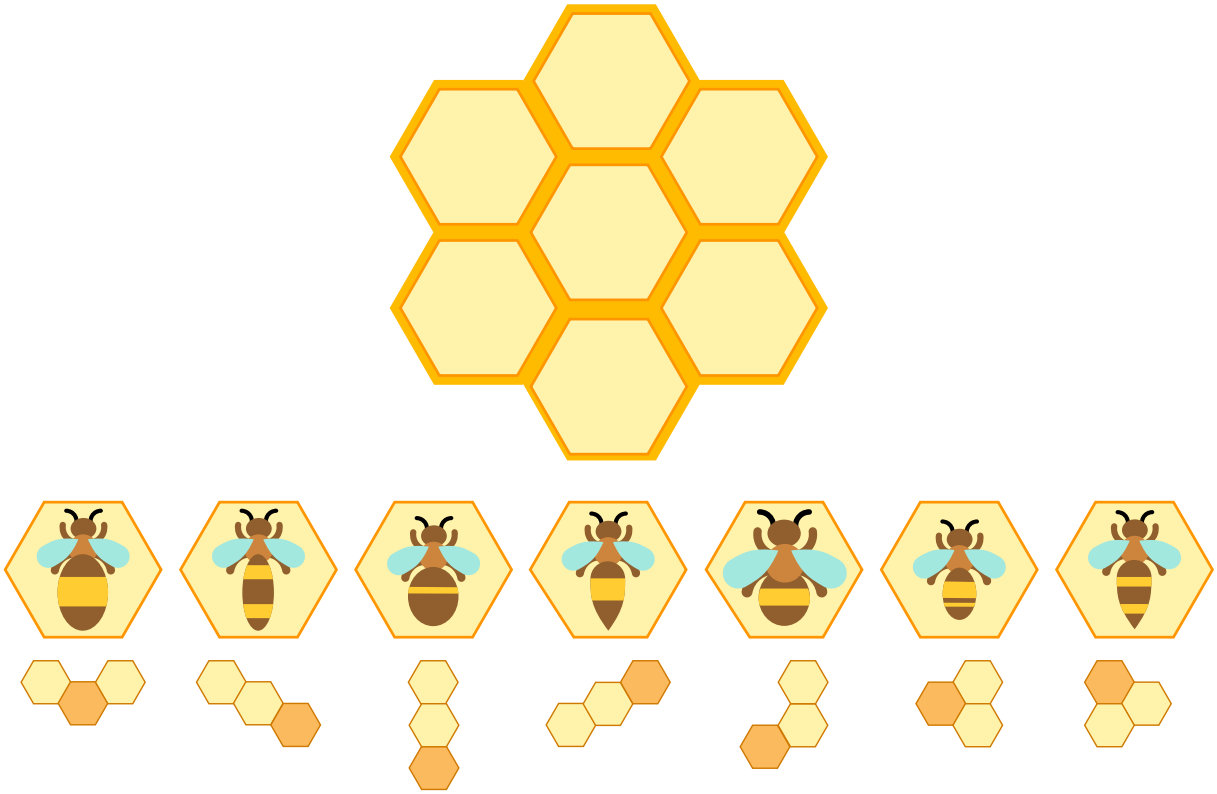
In der Informatik nennt man solche Tabellen relationale Datenbanken.

Stichwörter und Webseiten

- Beziehungen (Datenbanken): `https://mediencommunity.de/system/files/Beziehungen in Datenbanken.pdf`
- relationale Datenbank: `https://de.wikipedia.org/wiki/Relationale_Datenbank`

4. Bienenwabe

Ein Biber braucht Hilfe, alle Bienen in seiner Bienenwabe zu versorgen.

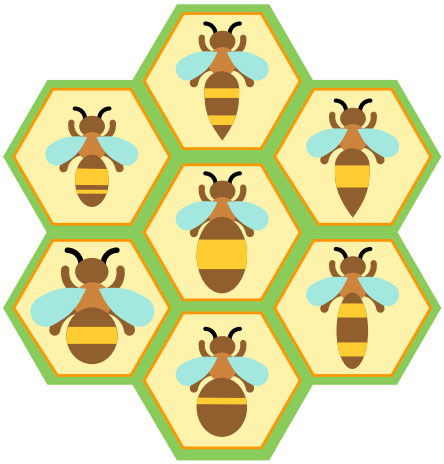


Unter jeder Biene zeigt eine Regel, in welche Zelle er die Biene versorgen darf.

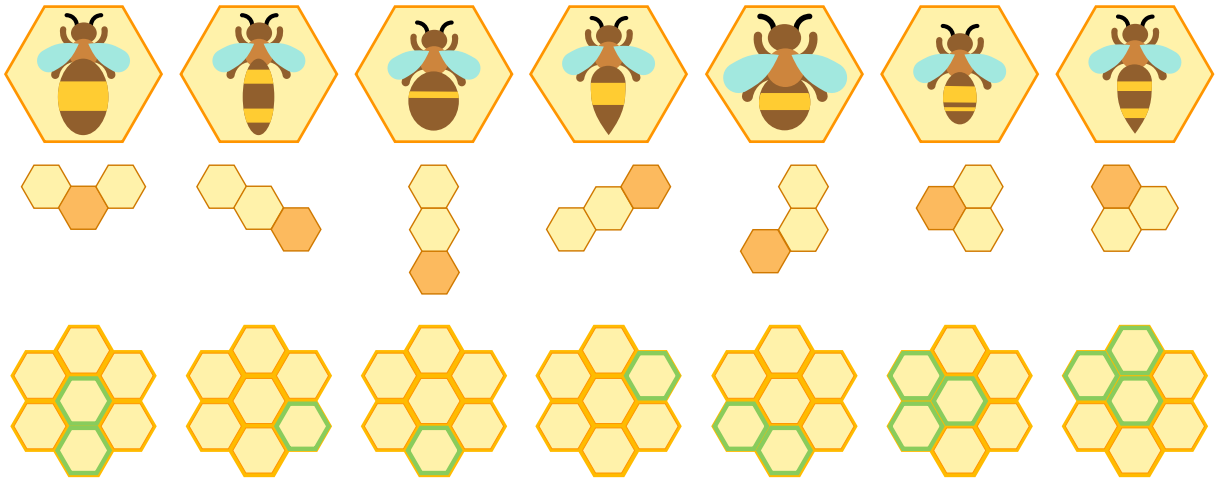
Versorge die Bienen in der Bienenwabe. Beachte dabei die Regeln unterhalb der Bienen.

Lösung

Die Bienen können nur so in die Bienenwabe versorgt werden:



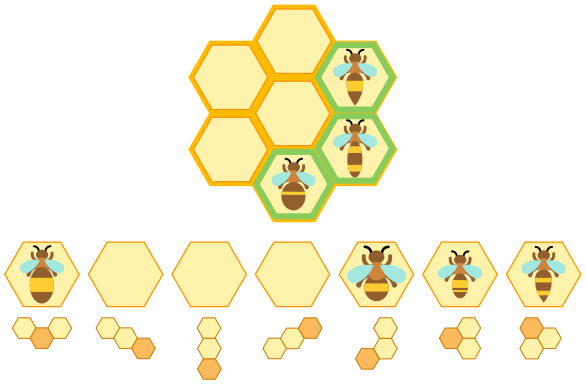
Die Aufgabe kann man durch Ausprobieren lösen. Das kann aber sehr viel Zeit in Anspruch nehmen. Um einen schnelleren Weg zu finden, schau dir die Regeln der Bienen genauer an. In der folgenden Abbildung siehst du jede Biene und die dazugehörige Regel. Jene Zellen, in welchen die Biene entsprechend ihrer Regel versorgt werden kann, sind grün umrandet.



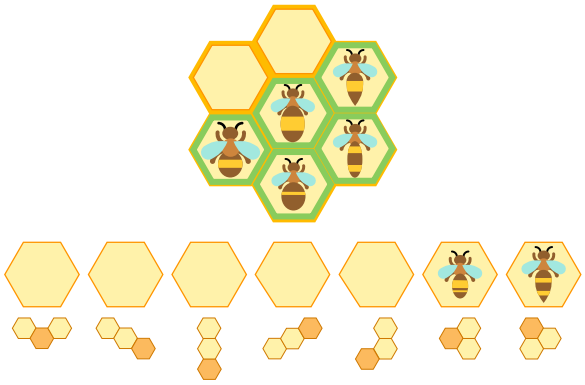
Du siehst, dass es entsprechend der Regeln für manche Bienen mehr Möglichkeiten gibt sie zu versorgen, für andere weniger. Für drei Bienen gibt es nur eine einzige Möglichkeit sie zu versorgen.

Um die Aufgabe schneller als durch Ausprobieren zu lösen, kann man wie folgt vorgehen:

Versorge zuerst die Bienen, für die nur eine Zelle der Wabe möglich ist.



Dann gibt es nur noch eine mögliche Zelle für nächsten zwei Bienen.



Auf die gleiche Weise versorgt man der Reihe nach die zwei letzten Bienen.

Dies ist Informatik!

In dieser Aufgabe müssen sieben Bienen auf sieben verschiedenen Zellen versorgt werden. Es gibt sehr viele Möglichkeiten die Bienen zu versorgen. Wenn man die Regeln berücksichtigt, reduziert sich die Anzahl der Möglichkeiten bereits um eine grosse Zahl, ist aber immer noch so hoch, dass das Ausprobieren aller Möglichkeiten einen erheblichen Aufwand bedeuten würde. Der Schlüssel zu einer schnellen Lösung der Aufgabe ist die richtige Reihenfolge. In diesem Fall starteten wir mit den am stärksten eingeschränkten Elementen, also jenen Bienen welche nur eine mögliche Zelle haben, um die Anzahl der zu untersuchenden Fälle zu begrenzen.

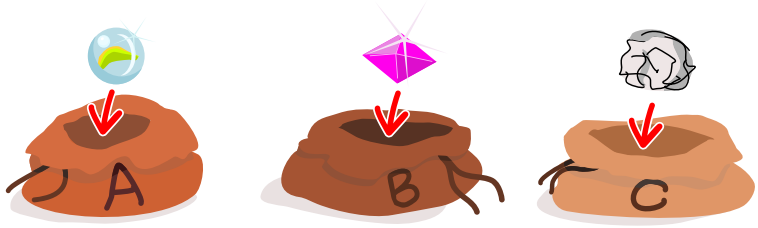
Einen solchen Lösungsansatz nennt man in der Informatik *Heuristik*. Durch eine geschickte Lösungsreihenfolge konnte mit wenigen Schritten die exakte Lösung gefunden werden. Bei manchen Problemen, wie zum Beispiel dem Planen einer Route zwischen verschiedenen Orten in einem Navigationssystem, geht ein heuristischer Ansatz jedoch zu Lasten der Genauigkeit. Es gibt nämlich eine riesige Anzahl an möglichen Lösungen. Um garantiert die beste Route zu finden, müsste jede mögliche Route durch das gesamte Streckennetz berechnet und verglichen werden, was mit einem riesigen Rechenaufwand verbunden wäre. Dadurch, dass man zuerst die Möglichkeiten ausprobiert, die mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einer guten Lösung führen, kann der Rechenaufwand deutlich reduziert werden. So kann man eine gute Route in wenigen Sekunden ermitteln, anstatt die beste in Jahren zu berechnen.

Stichwörter und Webseiten

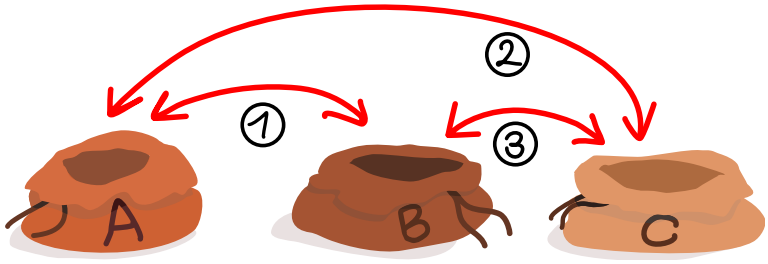
- Heuristik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Heuristik#Informatik`
- Routing-Heuristik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Routenplaner#Lösungsstrategien`
- Travelling-Salesman-Problem (dt.: Problem des Handlungsreisenden):
  `https://de.wikipedia.org/wiki/Problem_des_Handlungsreisenden`

5. Vertausche dreimal

Lila legt eine Murmel in Beutel A, einen Edelstein in Beutel B und ein Stück Papier in Beutel C.



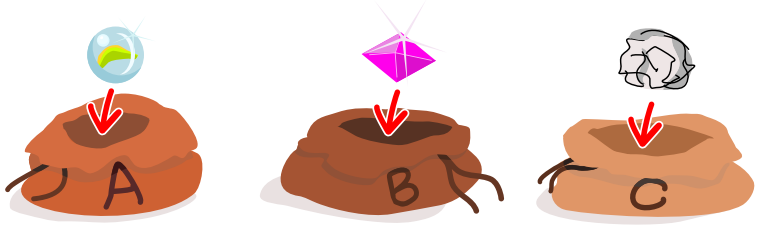
Dann vertauscht sie die Inhalte von Beutel A und Beutel B, danach die Inhalte von A und C und schliesslich vertauscht sie die Inhalte von B und C.



Wo befinden sich dann die 3 Dinge?

Lösung

Am Anfang haben wir diese Anordnung der 3 Dinge in den Beuteln:



Lila vertauscht die Dinge 3 Mal. Nach der ersten Vertauschung (A-B) sehen die Beutel so aus:

Nach der zweiten Vertauschung (A-C) so:

Nach der dritten und letzten Vertauschung (B-C) so:

Daher ist am Ende das Papier in A, der Edelstein in B und die Murmel in C. Dieses Ergebnis hätte man auch einfacher erreichen können, nämlich durch eine einzige Vertauschung der Inhalte von A und C.

Dies ist Informatik!

Hier geht es um Reihenfolgen von Dingen. Eine solche Reihenfolge von Dingen wird auch als Anordnung bezeichnet. Eine andere Reihenfolge stellt eine andere Anordnung dar. Eine Vertauschung ändert die Reihenfolge der Dinge und führt daher zu einer anderen Anordnung. In unserer Aufgabe haben wir am Anfang die Anordnung Murmel-Edelstein-Papier und nach den 3 Vertauschungen die Anordnung Papier-Edelstein-Murmel.

Eine interessante Frage ist, wie viele verschiedenen Anordnungen 3 Dinge haben können. Wir können es uns zunächst einmal etwas einfacher machen und nur alle Anordnungen herstellen, mit einem bestimmten Ding an erster Stelle. Für die beiden restlichen Dinge gibt es dann nur zwei Anordnungen. Wenn die Murmel an erster Stelle ist, dann sind es die beiden Anordnungen:

Murmel-Edelstein-Papier
Murmel-Papier-Edelstein

Es gibt daher auch für die beiden anderen Dinge an erster Stelle jeweils nur zwei verschiedene Anordnungen. Also gibt es noch 4 weitere Anordnungen von den 3 Dingen:

Edelstein-Murmel-Papier
Edelstein-Papier-Murmel
Papier-Murmel-Edelstein
Papier-Edelstein-Murmel

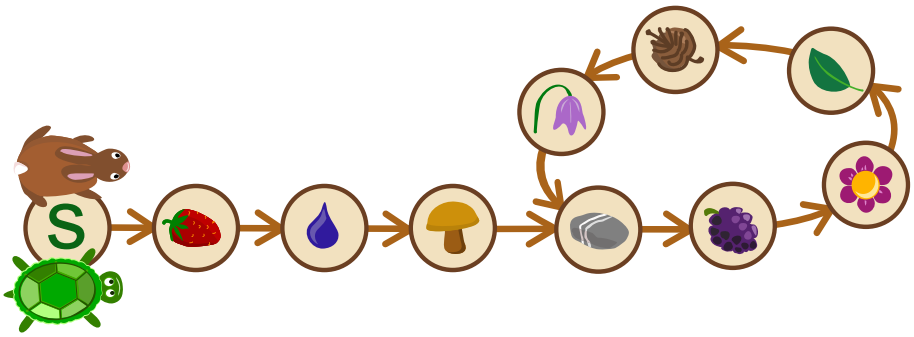
Interessant ist auch die Tatsache, dass man nur mit Vertauschungen jede beliebige Anordnung herstellen kann. Dazu sind bei n Dingen höchstens $n - 1$ Vertauschungen notwendig.

Stichwörter und Webseiten

- Vertauschung:
  - `https://de.wikipedia.org/wiki/Zyklische_Permutation`
  - `https://www.studienkreis.de/mathematik/permutation-definition-aufgaben/`
  - `https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/mathematik-abitur/artikel/permutationen`

6. Schildkröte und Hase

Eine Schildkröte und ein Hase machen einen Wettlauf. Sie verwenden diese Laufbahn.



Sie starten gleichzeitig auf dem Startfeld. Sie gehen von Feld zu Feld und folgen den Pfeilen.

In einer Minute geht ...

- ... die Schildkröte ein Feld vorwärts.
- ... der Hase zwei Felder vorwärts.

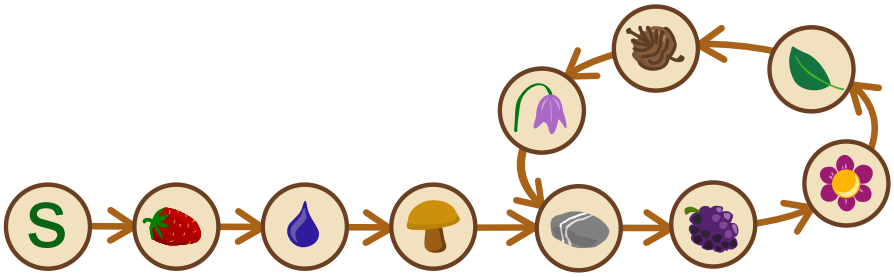
Auf welchem Feld treffen sich Schildkröte und Hase nach dem Start das erste Mal?

Lösung

Schildkröte und Hase treffen einander erstmals auf Feld 8. Man kann das leicht mit 2 Fingern nachvollziehen.

Die folgende Tabelle zeigt im Minutentakt die Felder von Schildkröte und Hase:

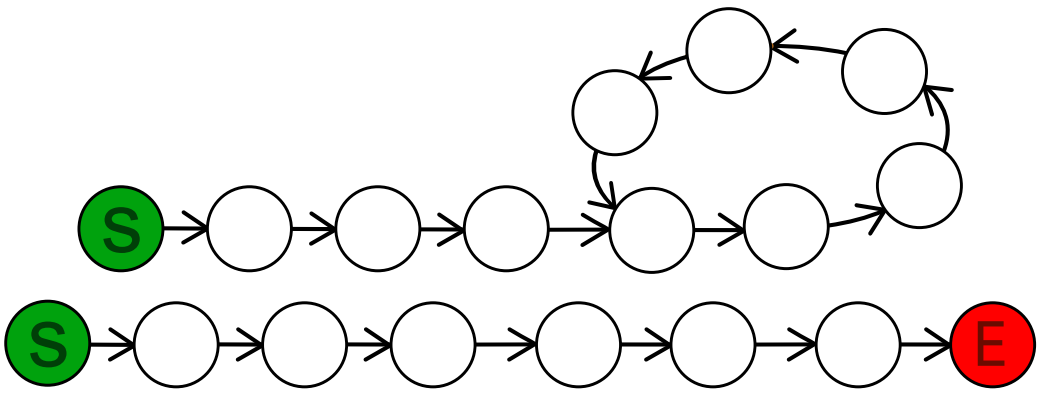
Minuten nach Start	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
	S														...
	S														...



Dies ist Informatik!

In dieser Aufgabe findet der Wettlauf auf einer besonderen Laufbahn statt. Sie besteht aus einzelnen Feldern und Pfeilen, die zum nächsten Feld zeigen. Das Besondere ist, dass die Laufbahn in einem Kreis endet, in dem die Läufer endlos laufen können. Schildkröte und Hase können sich in dieser Aufgabe nur begegnen, weil diese 6 Felder einen Kreis bzw. einen *Zyklus* bilden.

In der Informatik würde man eine Laufbahn, wie sie in der Aufgabe beschrieben ist, als *Liste* bezeichnen. Einen Kreis aus aufeinander verweisende Feldern wie in der Aufgabe würde man als *Zyklus* bezeichnen. In einer Liste verweist jeder *Knoten* auf höchstens einen anderen Knoten. Es gibt Listen mit einem Zyklus, wie in dieser Aufgabe, und Listen ohne Zyklus.



Hat eine Liste keinen Zyklus, dann besteht die Liste aus einer linearen Kette von Knoten. Dann muss es auch ein Endfeld geben, von dem kein Pfeil mehr ausgeht. Der berühmte Informatiker Robert W.

Floyd (1936−2001) hat einen Algorithmus entworfen, der einfach unterscheiden kann, ob eine Liste einen Zyklus hat oder aus einer linearen Kette besteht. Er lässt ähnlich wie in unserer Aufgabe den Hasen und die Schildkröte am Startfeld loslaufen. Wenn Schildkröte und Hase zur selben Zeit zum selben Feld kommen, gibt es einen Zyklus. In dem Moment, in dem der Hase das Endfeld oder das Feld davor erreicht, ist kein Zyklus vorhanden und der Algorithmus ist beendet.

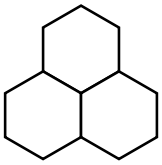
Stichwörter und Webseiten

- Liste: `https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_(Datenstruktur)`
- Zyklus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Zyklus_(Graphentheorie)`
- Knoten: `https://de.wikipedia.org/wiki/Knoten_(Graphentheorie)`
- Robert W. Floyd: `https://de.wikipedia.org/wiki/Robert_Floyd`
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`

7. Sechsecke ausmalen

Sami legt weisse Sechsecke aneinander. Dann malt er sie aus, mit drei verschiedenen Farben.

Immer, wenn drei Sechsecke genau so zusammen liegen (zwei unten und eines oben in der Mitte), müssen sie am Ende ...

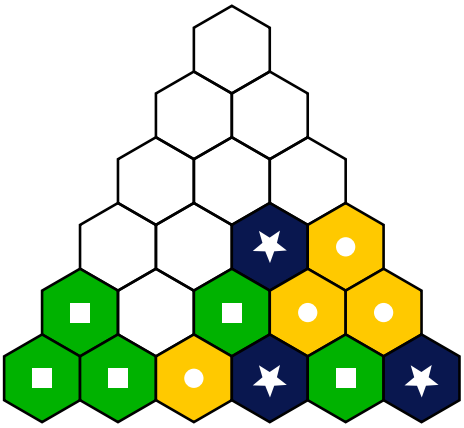


- ... alle drei die gleiche Farbe oder ...
- ... alle drei verschiedene Farben haben.

Das gefällt Sami.

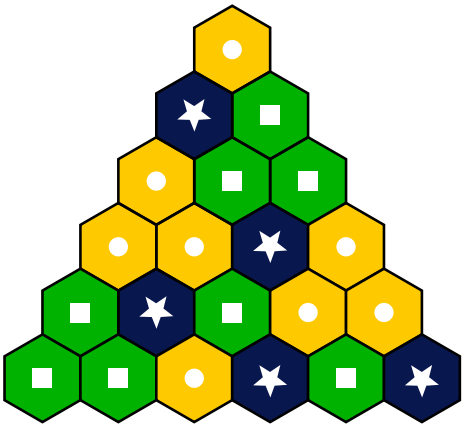
Sami hat viele Sechsecke aneinander gelegt und schon einige ausgemalt.

Male alle übrigen Sechsecke aus, so wie es Sami gefällt.



Lösung

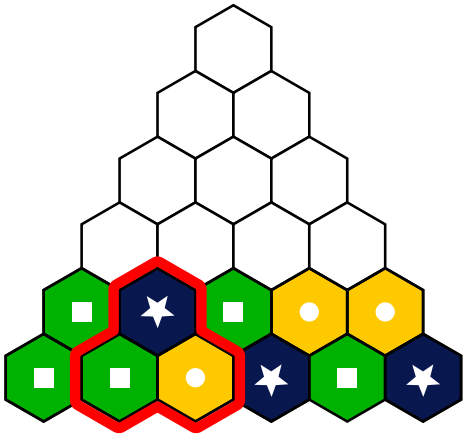
So ist es richtig:

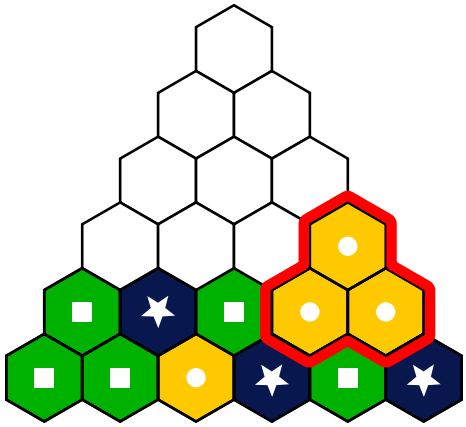


Sobald zwei Sechsecke ausgemalt sind, die in der Sechseck-Pyramide nebeneinander liegen, steht die Farbe für das Sechseck darüber fest:

Haben beide verschiedene Farben, bekommt das Sechseck darüber die dritte Farbe. So wird zum Beispiel das unterste weisse Sechseck blau ausgemalt.

Haben beide die gleiche Farbe, bekommt das Sechseck darüber ebenfalls diese Farbe. So wird das Sechseck über den beiden gelben ebenfalls gelb ausgemalt.





So kann man die übrigen Sechsecke reihenweise, von unten nach oben, nacheinander ausmalen, so wie es Sami gefällt.

Dies ist Informatik!

Wie löst man diese Biberaufgabe? Wenn man ein Sechseck ausmalt, führt man eine Aktion aus. Um die richtige Aktion (mit der richtigen Farbe) auszuwählen, muss man sich die Sechsecke darunter anschauen und prüfen, welche *Bedingung* sie erfüllen: haben sie die gleiche Farbe oder unterschiedliche Farben. Diese Prüfung, mit anschliessender Aktion, wird *wiederholt*, nämlich für jedes noch weisse Sechseck, das über zwei bereits ausgemalten Sechsecken liegt.

Aktionen, Bedingungen, Wiederholungen: Das sind die Grundbausteine eines jeden *Algorithmus*, also eines präzise beschriebenen Verfahrens, das auch als Programm für einen Computer realisiert werden kann. Beim Lösen dieser Biberaufgabe hast du also einen Algorithmus erfunden. Das ist eine der wichtigsten Aufgaben von Informatikerinnen und Informatikern: Algorithmen zu erfinden oder bereits erfundene Algorithmen nutzen und in Programme für Computer umzusetzen, um Aufgaben und Probleme mit automatischer Informationsverarbeitung zu lösen.

Stichwörter und Webseiten

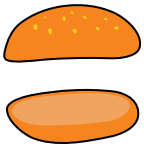
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`
- bedingte Anweisung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Bedingte_Anweisung_und_Verzweigung`
- Schleife: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kontrollstruktur#Schleife_-(Wiederholung,_Iterationsanweisung)`

8. Biberburger

Biber Jess macht Biberburger. Er folgt dazu drei Regeln:

1. Die Sauce ist direkt auf dem Fleisch.
2. Das Fleisch und der Käse liegen unter den Gurken, dem Salat und den Zwiebeln.
3. Die Zwiebeln berühren nicht die Brötchenhälften.

Biberburger-Zutaten:

Brötchen	**Fleisch**	**Sauce**	**Gurken**	**Salat**	**Zwiebeln**	**Käse**
						

Welcher Biberburger ist nach den drei Regeln zusammengestellt?

A) 

B) 

C) 

D) 

Lösung

Die richtige Antwort ist D. 

Um die Lösung zu finden, muss man bei jedem Burger prüfen, ob er so zusammengestellt ist, dass er allen drei Regeln folgt.

A) Dieser Biberburger folgt den Regeln 1 und 2. Aber die Zwiebeln berühren die obere Brötchenhälfte, also folgt er der Regel 3 nicht.

B) Dieser Biberburger folgt der Regel 1. Aber der Salat ist unter dem Fleisch und dem Käse, also wurde Regel 2 nicht befolgt.

C) Dieser Biberburger folgt Regel 2, denn das Fleisch und der Käse liegen unter den Gurken, dem Salat und den Zwiebeln. Auch folgt dieser Biberburger der Regel 3, da die Zwiebeln die Brötchenhälften nicht berühren. Allerdings ist die Sauce nicht direkt auf dem Fleisch. Somit wurde Regel 1 nicht befolgt.

D) Dieser Biberburger erfüllt alle Regeln. Biberburger D ist somit ein echter Biberburger.

Dies ist Informatik!

Die Biberburger in dieser Aufgabe sind nach drei Regeln zusammengestellt. Bei jedem der Burger, die er macht, muss Biber Jess jede der drei Regeln befolgen. Erfüllt er nur eine der Regeln nicht, ist der Burger kein Biberburger. Jede der drei Regeln ist eine Bedingung, die bei jedem Burger erfüllt sein muss, damit er ein Biberburger ist.

In der Informatik überprüft man Bedingungen (*Constraint Checking*) häufig, um herauszufinden, ob eine Lösung alle gegebenen Regeln befolgt. In dieser Überprüfung verknüpft man sämtliche Regeln (Bedingungen) mit *und*. Das bedeutet, dass alle Regeln (Bedingungen) gleichzeitig erfüllt werden müssen.

Die Prüfung, ob eine gegebene Lösung sämtliche Beschränkungen erfüllt, ist eine grundlegend andere Aufgabe als die, eine mögliche Lösung zu finden. Dies wird als *Constraint Satisfaction Problem* (dt.: Bedingungserfüllungsproblem) bezeichnet. Meistens ist es viel schwieriger, eine Lösung, die alle Bedingungen erfüllt, zu finden, als zu überprüfen, ob eine Lösung sämtliche Bedingungen erfüllt. Dies gilt sogar für einen Computer.

Stichwörter und Webseiten

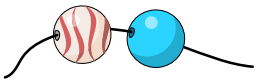
- Constraintprogrammierung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Constraintprogrammierung`

- Constraint Satisfaction Problem:
  `https://de.wikipedia.org/wiki/Constraint-Satisfaction-Problem`
- und (im Zusammenhang mit der Logik):
  `https://de.wikipedia.org/wiki/Konjunktion_(Logik)`
- NP (Komplexitätsklasse): `https://de.wikipedia.org/wiki/NP_(Komplexitätsklasse)`

9. Matrosenkette

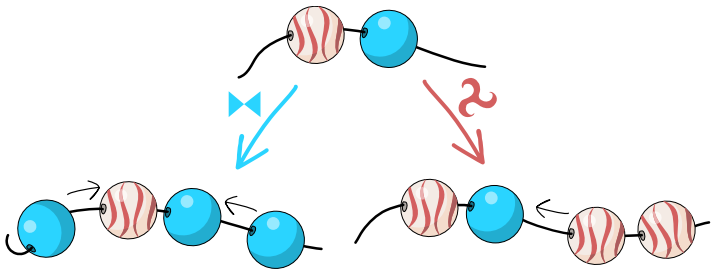
Hier ist die Anleitung für Monikas Matrosenkette mit weiss-roten Wellenperlen und einfarbigen blauen Perlen:

Du beginnst immer mit einer Wellenperle und einer blauen Perle in dieser Reihenfolge:



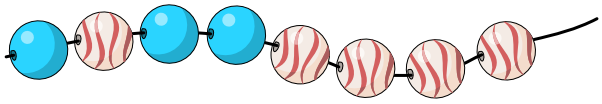
Dann kannst du die Matrosenkette verlängern, indem du

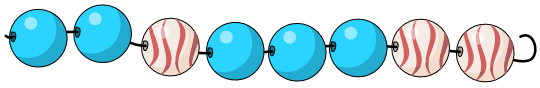
- an beiden Enden der Schnur jeweils eine blaue Perle hinzufügst (⋈)
- oder zwei Wellenperlen am rechten Ende der Schnur hinzufügst (ᔓ)

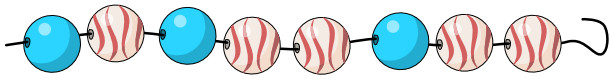


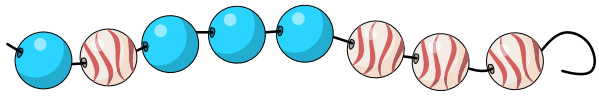
Diese Aktionen kannst du mehrfach durchführen, um immer längere Ketten aufzufädeln.

*Welche der folgenden Ketten ist **keine** von Monikas Matrosenketten?*

A) 

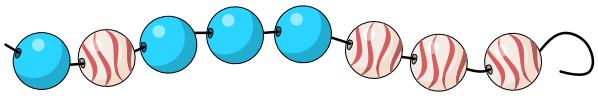
B) 

C) 

D) 

Lösung

D ist die richtige Antwort.



Die Aufgabe kannst du auf verschiedene Arten lösen.

Zum Beispiel, indem du in jeder Kette zuerst die beiden Startperlen suchst und dann eine Reihe von ⋈ - und ∿ -Aktionen ausführst.

- Bei Kette A kannst du mit der zweiten und dritten Perle beginnen und dann die Aktionen ⋈ - ∿ - ∿ ausführen.
- Bei Kette B kannst du mit der dritten und vierten Perle beginnen und dann die Aktionen ⋈ - ⋈ - ∿ ausführen.
- Bei Kette C kannst du mit der zweiten und dritten Perle beginnen und dann die Aktionen ∿ - ⋈ - ∿ ausführen.
- Wenn man jedoch die Kette D betrachtet, müssen die zweite und dritte Perle den Anfang bilden. Dann kann einmal die Aktion ⋈ ausgeführt werden, aber danach gibt es keine Aktionen mehr, um die restliche Kette zu erhalten.

Dieser Ansatz funktioniert nicht gut, wenn die Kette sehr lang ist und viele mögliche Startperlen hat. In diesem Fall kann ein dekonstruktiver Ansatz eher zum Ziel führen. Dabei entfernst du wiederholt Perlen, indem du Aktion ⋈ oder Aktion ∿ umgekehrt ausführst, solange bis nur noch zwei Perlen übrig sind.

Eine dritte Strategie macht sich die *Parität* zunutze. Nach der Anleitung für die Matrosenkette gibt es immer eine ungerade Anzahl von einfarbigen blauen Perlen und eine ungerade Anzahl von rot-weissen Wellenperlen («ungerade Parität»). Siehst du, warum das so ist?

Kette D hat eine gerade Anzahl von beiden Arten von Perlen und kann daher keine von Monikas Matrosenketten sein.

Dies ist Informatik!

Bei dieser Aufgabe kannst du nur Perlen an den Enden der Kette auffädeln. Du kannst keine Perle in der Mitte einfügen. Du kannst auch keine Perle aus der Mitte herausnehmen, ohne zuerst die Perlen vom Ende der Kette her abzufädeln.

Diese Art von Speicherstruktur, bei der man leicht Elemente an den Enden hinzufügen und entfernen kann, aber nicht in der Mitte, wird in der Informatik *double-ended queue* oder *deque-Warteschlange* genannt (deque wird wie «Deck» ausgesprochen).

Deque-Warteschlangen können verwendet werden, um den Verlauf eines Browsers zu speichern, um Druckaufträge zu planen und auch um die Gültigkeit mathematischer Ausdrücke zu überprüfen.

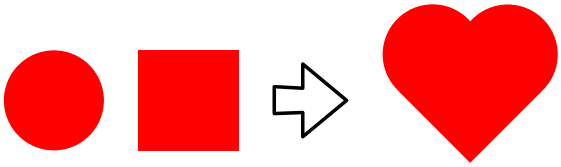
Dabei kann zum Beispiel die Überprüfung auf übereinstimmende Klammern auf ganz ähnliche Weise erfolgen wie bei der Überprüfung, ob es sich bei einer Kette um eine von Monikas Matrosenketten handelt.

Stichwörter und Webseiten

- double-ended queue: `https://de.wikipedia.org/wiki/Deque`

10. Härzige Bildli

Tina hat zwei Formen: einen Kreis und ein Quadrat. Sie wandelt diese zu einem Herz um.



Dazu verwendet sie diese drei Umwandlungen:

- *drehe*: Eine Form beliebig weit drehen.
- *verschiebe*: Eine Form beliebig verschieben.
- *verdopple*: Eine Form verdoppeln, so dass beide an derselben Stelle bleiben.

Was hat sie in welcher Reihenfolge gemacht?

A) *verdopple* Kreis, *drehe* Quadrat, *verschiebe* Kreis, *verschiebe* Kreis

B) *verdopple* Quadrat, *drehe* Quadrat, *verschiebe* Quadrat, *verschiebe* Kreis

C) *verdopple* Kreis, *drehe* Kreis, *verschiebe* Kreis, *verschiebe* Quadrat

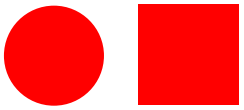
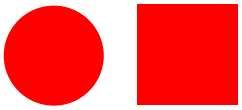
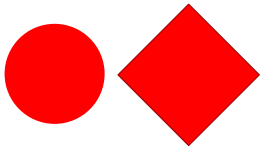
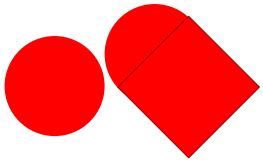
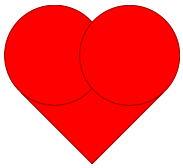
D) *verschiebe* Kreis, *verschiebe* Kreis, *verdopple* Kreis, *verschiebe* Quadrat

Lösung

Wenn man sich das Herz genau anschaut, stellt man fest, dass es aus zwei Kreisen und einem um 1/8 gedrehten Quadrat besteht. Es braucht in den Umwandlungen also ein «*verdopple* Kreis», damit man zwei Kreise hat, und ein «*drehe* Quadrat», damit das Quadrat um 1/8 gedreht werden kann. Damit fallen die Antworten B), C) und D) weg, denn:

- In der Antwort B) wird ein Quadrat verdoppelt und kein Kreis.
- In der Antwort C) wird ein Kreis gedreht, aber nicht das Quadrat.
- In der Antwort D) wird gar keine Form gedreht, also insbesondere nicht das Quadrat.

Ist aber die Antwort A) überhaupt richtig? Die Formen müssen ja noch verschoben werden! Die folgenden Umwandlungen sind vorgegeben:

- Das  ...
- ... wird durch *verdopple* Kreis zu  ...
- ... wird durch *drehe* Quadrat zu  ...
- ... wird durch *verschiebe* Kreis zu  ...
- ... wird durch *verschiebe* Kreis zu 

Deshalb ist die Antwort A) *verdopple* Kreis, *drehe* Quadrat, *verschiebe* Kreis, *verschiebe* Kreis richtig.

Dies ist Informatik!

In Bildbearbeitungsprogrammen kann man viele verschiedene Umwandlungen mit einem Bild machen. In dieser Aufgabe sind es Umwandlungen wie Drehen, Verschieben oder Verdoppeln. Das alleine genügt jedoch noch nicht: man muss dem Computer beispielsweise auch mitteilen, wie weit eine Form gedreht werden soll, oder wohin sie verschoben werden soll.

Du könntest den Weg wie man aus einem Kreis und einem Quadrat ein Herz zeichnet, natürlich auch als längeren Text beschreiben. In der Informatik ist es jedoch besser, möglichst wenige Grundumwandlungen zu verwenden, die man dann wiederholt oder unterschiedlich ausführt. Dies nennt man

Generalisieren, wenn allgemeine Lösungen aus speziellen Beispielen entwickelt werden. Solche Befehle könnten beispielsweise lauten:

- Eine Form drehen: drehe Form, wie weit
- Eine Form verschieben: verschiebe Form, wohin
- Eine Form verdoppeln: verdoppele Form

Das Bildbearbeitungsprogramm von Tina kommt einem vielleicht ungewöhnlich vor: statt dass das Bild wie bei Fotos in Form von *Pixeln* gespeichert wird, wird eine Beschreibung der Form (z. B. «Kreis, Radius 2 cm, Füllfarbe rot») gespeichert. So ist es möglich, dass zwei Formen übereinander liegen, wie die beiden Kreise, und dass nachher eines davon bewegt werden kann, ohne dass das untere überschrieben wurde. Solche Graphiken nennt man *Vektorgraphiken*. Sie werden häufig verwendet, wenn abstrakte Formen in hoher Qualität gezeichnet werden sollen. Die anderen Graphiken nennt man *Pixelgraphiken*, sie sind häufig Fotos oder fotorealistische Zeichnungen.

Stichwörter und Webseiten

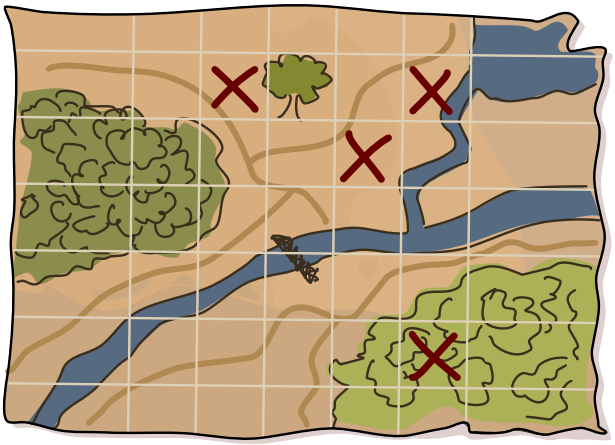
- Pixel: `https://de.wikipedia.org/wiki/Pixel`
- Rastergraphik oder Pixelgraphik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Rastergrafik`
- Vektorgraphik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Vektorgrafik`

11. Futter verstecken

Biber Bilbo hat zwei gute Verstecke für sein Futter. Auf einer Karte markiert er die beiden Felder, in denen die Verstecke liegen, mit ✕. Aber was ist, wenn andere Biber die Karte und damit die Verstecke finden?

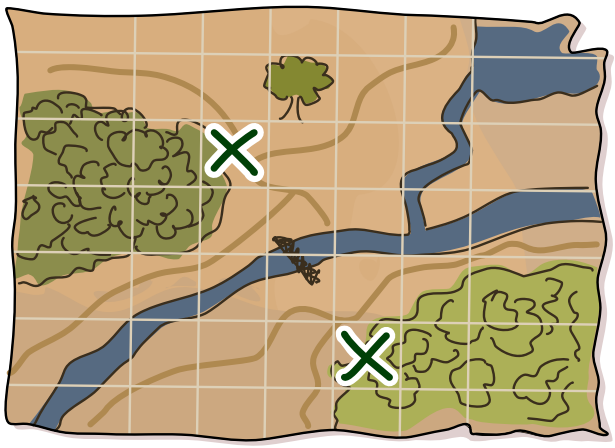
Zur Verwirrung markiert Bilbo weitere Felder mit ✕. Das macht er so, dass in jeder Zeile und Spalte der Karte eine gerade Anzahl an Feldern markiert ist. Danach entfernt er die beiden ✕ von den Feldern mit seinen Verstecken. Unten siehst du das Ergebnis.

In welchen Feldern liegen Bilbos Verstecke?

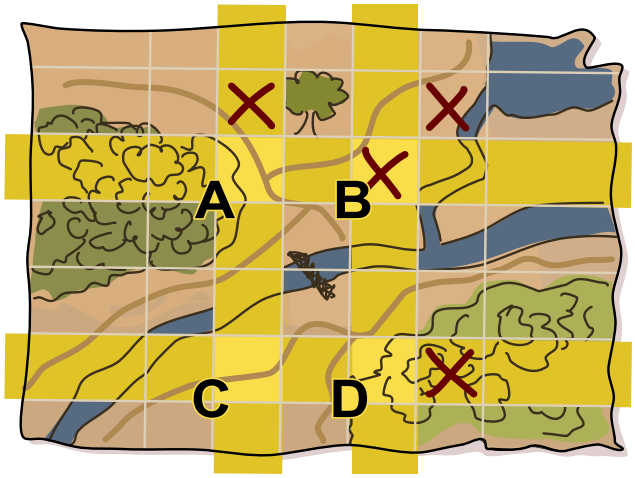


Lösung

Hier sind die beiden Verstecke:



Um sie zu finden, schauen wir uns die ursprüngliche Karte an und stellen fest, dass es zwei Zeilen und zwei Spalten gibt, in denen die Anzahl der ✕ nicht gerade ist: Zeilen 3 und 6 und Spalten 3 und 5.



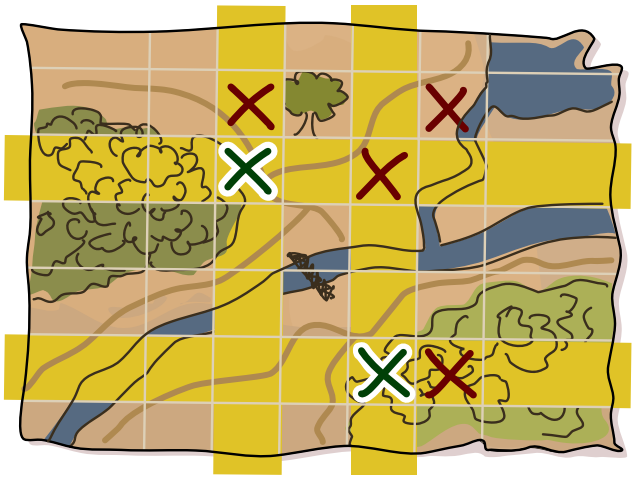
Die ✕, welche die Verstecke markieren, wurden ja entfernt. Wir wissen, dass in allen Zeilen und Spalten eine gerade Anzahl von ✕ vorhanden sein muss, nachdem die gelöschten ✕ wieder eingezeichnet sind.

Die betroffenen Zeilen und Spalten überschneiden sich und haben vier gemeinsame Felder (A, B, C und D). Diese «Schnittfelder» sind für uns besonders interessant. Wenn wir Felder ausserhalb eines Schnittfeldes mit ✕ markieren, könnten wir in einer Spalte eine gerade ✕-Anzahl erreichen, gleichzeitig wird die Anzahl in der jeweiligen Zeile ungerade und umgekehrt. Daher müssen die ✕ der beiden Verstecke auf den Schnittfeldern liegen.

Das Schnittfeld B ist bereits mit einem ✕ markiert: Es kann kein Versteck sein, da wir wissen, dass Bilbo die ✕ der Verstecke gelöscht hat.

Um also eine gerade Anzahl von ✕ in der Zeile 2 wiederherzustellen, müssen das Schnittfeld A mit einem ✕ markieren. Dort ist ein Versteck. Das andere Versteck kann nicht bei Schnittfeld C liegen,

denn dann wären drei ✕ in dieser Spalte. Das andere Versteck liegt also bei Schnittfeld D. Hier ist die Karte, bevor Bilbo die ✕ gelöscht hat, mit einer geraden Anzahl von ✕ in jeder Zeile und Spalte:



Dies ist Informatik!

Bilbo verwendet hier einen Trick, der in der Informatik häufig verwendet wird: *Paritätsbits*. Diese sind Teil einer Reihe von Techniken, die als *Fehlererkennungs-* und *Fehlerkorrekturcodes* bekannt sind. Die Idee dabei ist, dass wir immer dann, wenn wir Daten als eine Reihe von *Bits* (können entweder 0 oder 1 sein) speichern oder übertragen, zusätzliche Bits hinzuzufügen, die uns helfen, zu erkennen, ob Übertragungs- oder Speicherfehler aufgetreten sind – typischerweise, wenn ein Bit verdreht wurde, also wenn ein Bit als 1 gesendet und fälschlicherweise als 0 empfangen wurde oder umgekehrt.

Wenn wir zum Beispiel einen einfachen Fehlererkennungscode verwenden, würde ein Paritätsbit hinzugefügt, sodass die Anzahl der Einsen immer gerade ist. 0110101 würde eine 0 hinzugefügt werden, um 01101010 zu werden (die Anzahl der 1er-Bits bleibt gerade). Wenn das zweite Bit umgedreht wurde und die Nachricht jetzt 00101010 gesendet wird, dann erfüllt diese empfangene Nachricht nicht die Forderung nach gerader Parität (drei Bits sind 1er-Bits). Beachte, dass diese Methode kein Problem erkennen kann, wenn mehr als 1 Bit fehlerhaft ist.

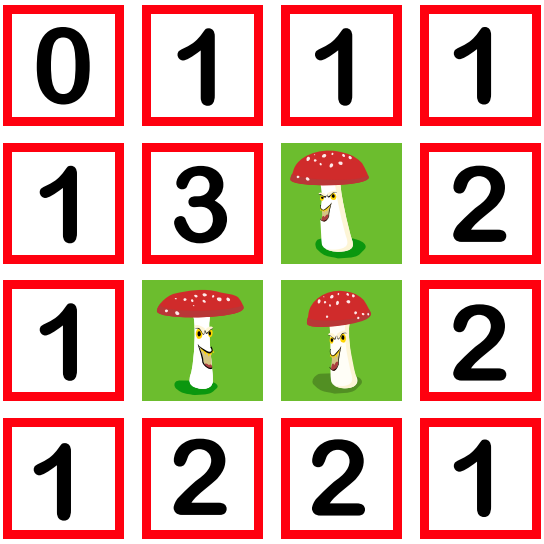
Stichwörter und Webseiten

- Bit: `https://de.wikipedia.org/wiki/Bit`
- Paritätsbits: `https://de.wikipedia.org/wiki/Paritätsbit`
- Fehlerkorrekturverfahren: `https://de.wikipedia.org/wiki/Fehlerkorrekturverfahren`

12. Achtung Fliegenpilz

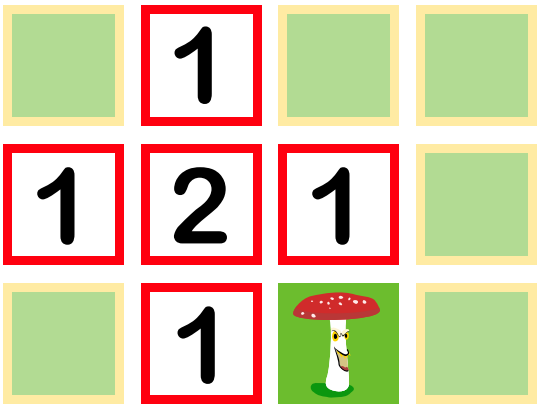
Beim Spiel «Achtung Fliegenpilz» ist zu Beginn genau ein Fliegenpilz zu sehen. Alle anderen Felder des Spielbretts sind zugedeckt. Deckst du ein Feld auf, erscheint entweder ein weiterer Fliegenpilz oder die Anzahl der Fliegenpilze auf den Nachbarfeldern. Wenn du alle Felder aufdeckst, auf denen kein Fliegenpilz versteckt ist, hast du gewonnen.

Hier ist ein Beispiel für ein vollständig aufgedecktes Spielbrett:



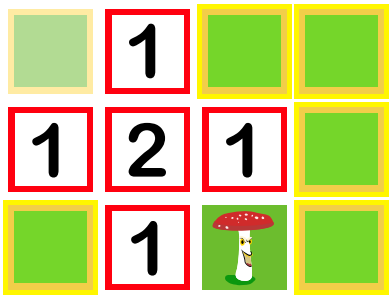
Du hast ein neues Spiel begonnen und bereits einige Felder aufgedeckt.

Auf welchen der übrigen Feldern ist sicher kein Fliegenpilz?

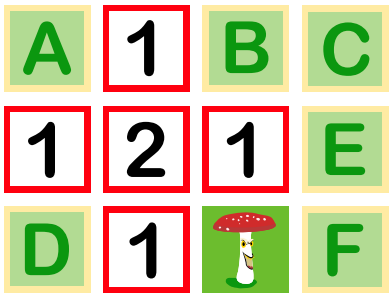


Lösung

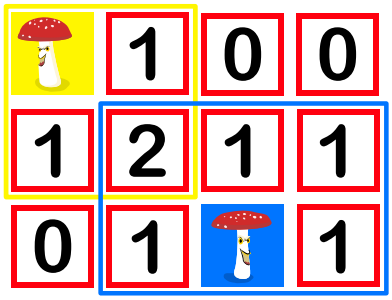
So ist es richtig:



Um die richtige Antwort zu erklären, versehen wir die zugedeckten Felder mit Buchstaben. Ausserdem sagen wir, dass eine Zahl N auf einem Feld «verbraucht» ist, wenn bereits auf N Nachbarfeldern dieser Zahl je ein Fliegenpilz aufgedeckt ist; auf anderen Nachbarfeldern kann dann kein Fliegenpilz mehr sein.



- Auf Feld D ist kein Fliegenpilz, weil die Zahl 1 rechts daneben verbraucht ist.
- Auf den Feldern B, C, E und F ist kein Fliegenpilz, weil die gemeinsame Nachbarzahl 1 dieser Felder verbraucht ist.
- Auf Feld A ist ein Fliegenpilz, weil sonst die Nachbarzahlen 1, 2 und 1 die Anzahl der Fliegenpilze auf ihren Nachbarfeldern nicht korrekt angeben würden.



Also ist auf Feld A ein Fliegenpilz versteckt. Die Felder B, C, D, E und F dürfen aufgedeckt werden.

Dies ist Informatik!

Wie sind wir vorgegangen? Manchmal muss man mit einer Vermutung beginnen und logisch weiter denken. Wenn man einen Widerspruch findet, geht man zurück und folgt der nächstliegenden Vermutung. Dabei handelt es sich um ein «zielgerichtetes» Suchen und nicht um ein Ausprobieren.

Wie würde ein Computer dieses Beispiel lösen? Wenn mindestens ein Feld mit einem Fliegenpilz aufgedeckt ist, können einfache Regeln aufgestellt werden. Zum Beispiel, wenn das Feld mit der Zahl 1 bereits ein Nachbarfeld mit einem aufgedeckten Fliegenpilz abdeckt, dann kann es keinen weiteren Fliegenpilz als Nachbarn geben. Wenn diese Regeln für jede Zahl genau formuliert sind, könnte ein Computer sie Schritt für Schritt als *Anweisungen* ausführen. Dann hätten wir letztlich einen *Algorithmus*, den man «nur» ausführen müsste, um im Spiel (mit mindesten einem aufgedeckten Fliegenpilz) erfolgreich zu sein.

Stichwörter und Webseiten

- Minesweeper: `https://de.wikipedia.org/wiki/Minesweeper`
- Anweisung (Informatik): `https://de.wikipedia.org/wiki/Anweisung_(Programmierung)`
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`

13. Muster sticken

Lana besitzt eine programmierbare Stickmaschine. Die Maschine kann zwei Arten von Stichen sticken:  oder  . Um zusätzlich diesen zusammengesetzten Stich  zu erstellen, werden beide Stiche und benötigt. Dazwischen muss der Stoff um einen Stich zurückgeschoben werden.

Lana kann die Stickmaschine mit der folgenden drei Tasten programmieren:

 Die Stickmaschine wird  sticken.

 Die Stickmaschine wird  sticken.

 Der Stoff wird um einen Stich zurückgeschoben.

Ein Programm wird mit den Tasten erstellt und von der Stickmaschine wiederholt ausgeführt.

Zum Beispiel erzeugt die Stickmaschine…

- … mit diesem Programm  …
- … dieses Muster: 

Welches der folgenden Programme hat Lana verwendet, um dieses Muster zu erstellen?

A) 

B) 

C) 

D) 

Lösung

Die richtige Antwort ist C). 

Um Lanas Programm zu bestimmen, suchen wir zuerst den Teil im Muster, der sich immer wieder wiederholt: 

Die ersten zwei Stiche müssen ein  sein. Dafür verwendet sie  . Am Anfang von Lanas Programm müssen zwei stehen. Das Programm D stimmt nicht, da es mit einem beginnt.

Der nächste Stich des Musters ist ein Stern  . Um einen Stern zu sticken muss die Maschine den Stich  und  übereinander sticken, das heisst, der Stoff muss dazwischen zurückgefahren werden. Die Reihenfolge wie  und  übereinander gestickt werden, ist dabei egal. Man kann dafür folgende zwei Programmvarianten verwenden:  oder .

Die vier Programme erzeugen folgende Muster:

	Programm	**erzeugtes Muster**
A		
B		
C		
D		

Bei Programm B und D sind die Stiche nicht in der richtigen Reihenfolge. Programm A und C sind bis zum fünften gestickten Stich gleich. Programm A fügt hinter dem zweiten Stern  nochmals zwei  hinzu. Wenn Programm A wiederholt wird, stehen also zwischen dem zweiten Stern  und dem nächsten vier  , statt nur zwei  .

Darum ist nur das Programm C richtig.

Dies ist Informatik!

Bei dieser Aufgabe wird durch eine Folge von Anweisungen ein wiederkehrendes Muster erzeugt. Auch in der Informatik werden grosse, komplizierte Probleme oft in kleinere Probleme zerlegt, die leichter zu verstehen, zu lösen und z. B. zu programmieren sind. Eine wichtige Fähigkeit in diesem Prozess ist das Erkennen dieser wiederkehrenden Musterfolgen, um eine Lösung wiederzuverwenden. Dies kann z.B. in Form von *Schleifen* geschehen.

Das von der Stickmaschine erzeugte Programm ist eine Liste von Anweisungen, die in einer *Programmiersprache* geschrieben sind. Im Grunde genommen ist eine programmierbare Stickmaschine auch nur ein Roboter oder Computer, der Anweisungen ausführt. Genauso wie eine Stickmaschine genau die Stiche stickt, führt ein Computer genau die Anweisungen eines Programms aus. Die genaue Befolgung von Anweisungen ist ein wichtiges Konzept in der Informatik. Die Reihenfolge der Anweisungen ist

ebenso wichtig. Wenn wir die Reihenfolge ändern, ändert sich in der Regel auch die Ausgabe des Programms. In unserem Fall bedeutet das, dass eine andere Reihenfolge der Anweisungen zu einer anderen Stichfolge und damit zu einem anderen Muster führt (Ausnahme: wir sticken einen Stern).

Stichwörter und Webseiten

- Anweisung:`https://de.wikipedia.org/wiki/Anweisung_(Programmierung)`
- Befehl: `https://de.wikipedia.org/wiki/Befehl_(Computer)`
- Programmiersprache: `https://de.wikipedia.org/wiki/Programmiersprache`
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`
- Stickmaschine: `https://de.wikipedia.org/wiki/Stickmaschine`

14. Schrauben und Muttern

Ben steht am Fliessband und verarbeitet Bauteile: Muttern und Schrauben.

Ben geht strikt nach folgendem Verfahren vor:

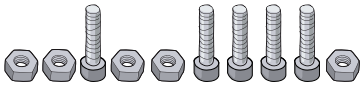
- Ben nimmt das nächste Bauteil vom Fliessband herunter.
- Wenn Ben eine Mutter vom Fliessband genommen hat, legt er sie in den Eimer.
- Wenn Ben eine Schraube vom Fliessband genommen hat, nimmt er eine Mutter aus dem Eimer, schraubt sie auf die Schraube und legt das fertige Teil in den Kasten.

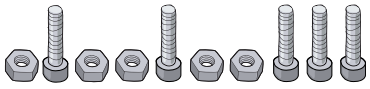
Bei diesem Verfahren können zwei Fehler auftreten:

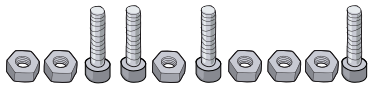
1. Ben nimmt eine Schraube vom Fliessband, aber es ist keine Mutter im Eimer, die er aufschrauben könnte.
2. Ben hat alle Bauteile vom Fliessband verarbeitet, aber es sind immer noch Muttern im Eimer.

Der Eimer für die Muttern ist ausreichend gross und zu Beginn leer. Welche der Folgen von Muttern und Schrauben kann Ben ohne Fehler von links nach rechts verarbeiten?

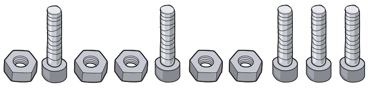
A) 

B) 

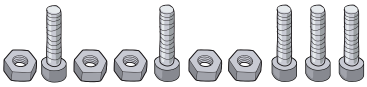
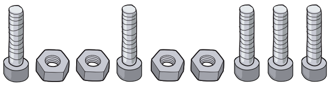
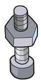
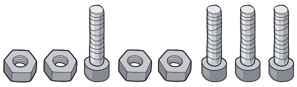
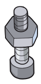
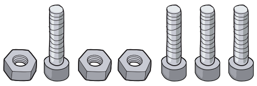
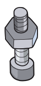
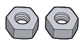
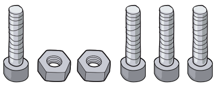
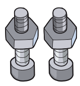
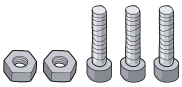
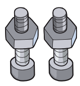
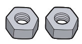
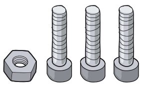
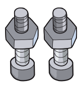
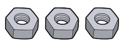
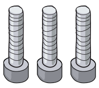
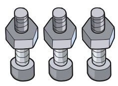
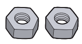
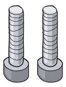
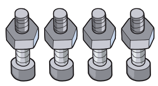
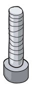
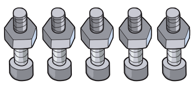
C) 

D) 

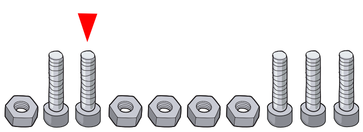
Lösung

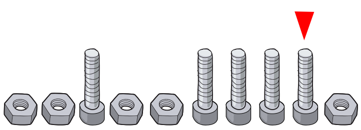
Die richtige Antwort ist C): 

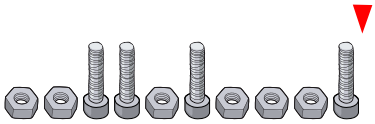
Die Tabelle zeigt den Zustand des Kastens für die fertigen Teile, des Eimers für die Muttern und des Fliessbands.

Kasten	**Eimer**	**Fliessband**
leer	*leer*	
leer		
	*leer*	
		
		
		
		
		
		
		
	*leer*	*leer*

Warum sind die anderen Antworten falsch?

A)  führt zu einem Fehler an der markierten Stelle. Dann hat Ben eine Schraube aufgenommen, aber es ist keine Mutter mehr im Eimer.

B)  führt zu einem Fehler an der markierten Stelle. Ben hat bisher 4 Muttern auf vier Schrauben geschraubt. Der Eimer ist also leer. Nun hat er aber eine fünfte Schraube aufgenommen, für die er keine Mutter mehr hat.

D)  führt zu einem Fehler, nachdem die gesamte Folge verarbeitet worden ist. Denn es wurden 4 Muttern auf 4 Schrauben geschraubt und 2 Muttern bleiben übrig.

Dies ist Informatik!

Ben verarbeitet Bauteile, die eins nach dem anderen von dem Fliessband geliefert werden. Dabei verwendet er einen grossen Eimer zum Zwischenspeichern der Muttern. Eine ähnliche Anordnung wird in der *theoretischen Informatik* als Modell für *Algorithmen* verwendet, die eine bestimmte Klasse von Problemen lösen können: *Kellerautomaten*.

Ein Kellerautomat verarbeitet Daten (Zahlen oder Zeichen), die er nach und nach als Eingabe erhält. Er besitzt einen einzigen unendlich grossen Speicher, einen Keller. Im Unterschied zum Eimer in der Aufgabe haben die Elemente im Keller eine bestimmte Reihenfolge und man kann aus einem Keller nur das Element herausnehmen, das man als letztes hineingegeben hat («last in first out», LIFO). Ein Kellerautomat kann verwendet werden, um eine *kontextfreie Sprache* zu erkennen.

In der Informatik versteht man unter einer Sprache eine Menge von Zeichenketten, die nach bestimmten Regeln geformt worden sind. Ein einfacher Typ von Sprachen sind kontextfreie Sprachen. Ein Beispiel für eine kontextfreie Sprache sind alle wohlgeformten Klammerausdrücke. Bei einem wohlgeformten Klammerausdruck wird jede öffnene Klammer wieder geschlossen. Wohlgeformt sind z.B. ((( ))) und (()()). Nicht wohlgeformt sind dagegen dagegen (((() und ())(. Man kann sich die Muttern und Schrauben in der Aufgabe als öffnende und schliessende Klammern vorstellen. Dann verarbeitet Ben eine Folge von Bauteilen auf dem Fliessband nur dann ohne Fehler, wenn sie einen wohlgeformten Klammerausdruck darstellt. Das Prüfen von Klammerausdrücken ist eine wichtige Aufgabe eines Compilers, der Programmtexte in ausführbare Programme übersetzt. Denn in Programmtexten der meisten Programmiersprachen kommen geschachtelte Funktionsaufrufe und arithmetische Ausdrücke mit Klammern vor.

Stichwörter und Webseiten

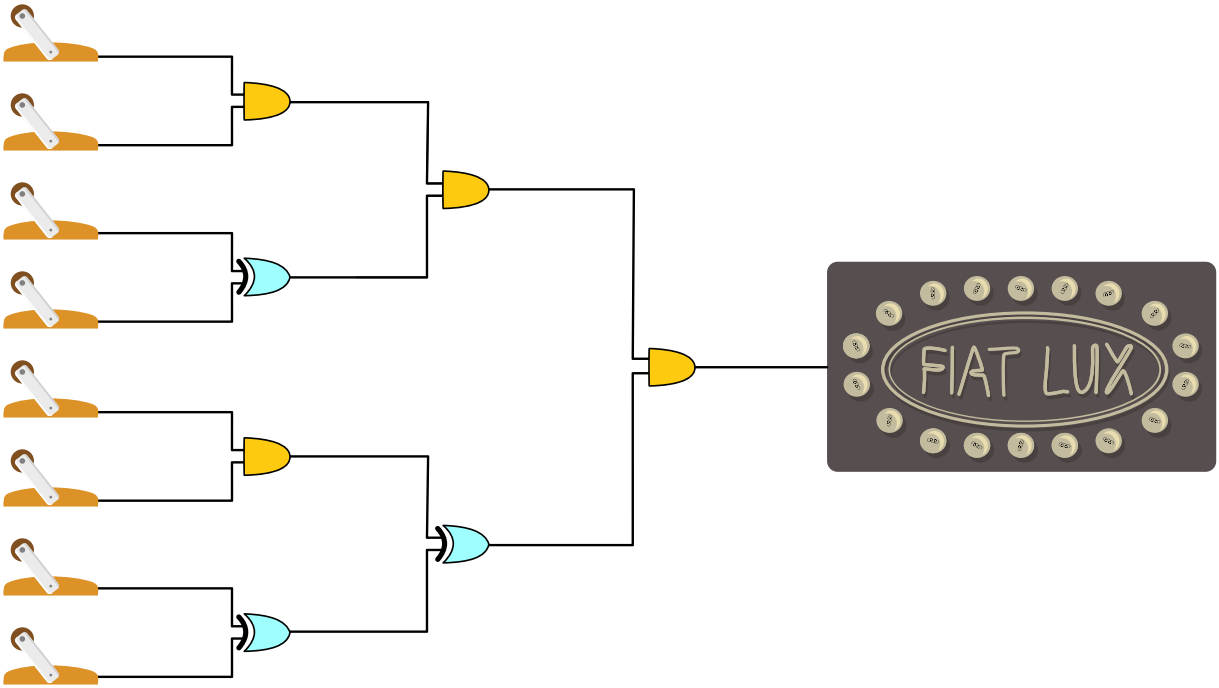
- Theoretische Informatik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Theoretische_Informatik`
- Kellerautomat: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kellerautomat`
- Kontextfreie Sprache: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kontextfreie_Sprache`

15. FIAT LUX!

Das Spiel «FIAT LUX!» hat 8 Schalter, die an  oder aus  sein können. Aus diesen Schaltern führen Drähte, die durch einige Bauteile und schliesslich zu einer Leuchtreklame führen.

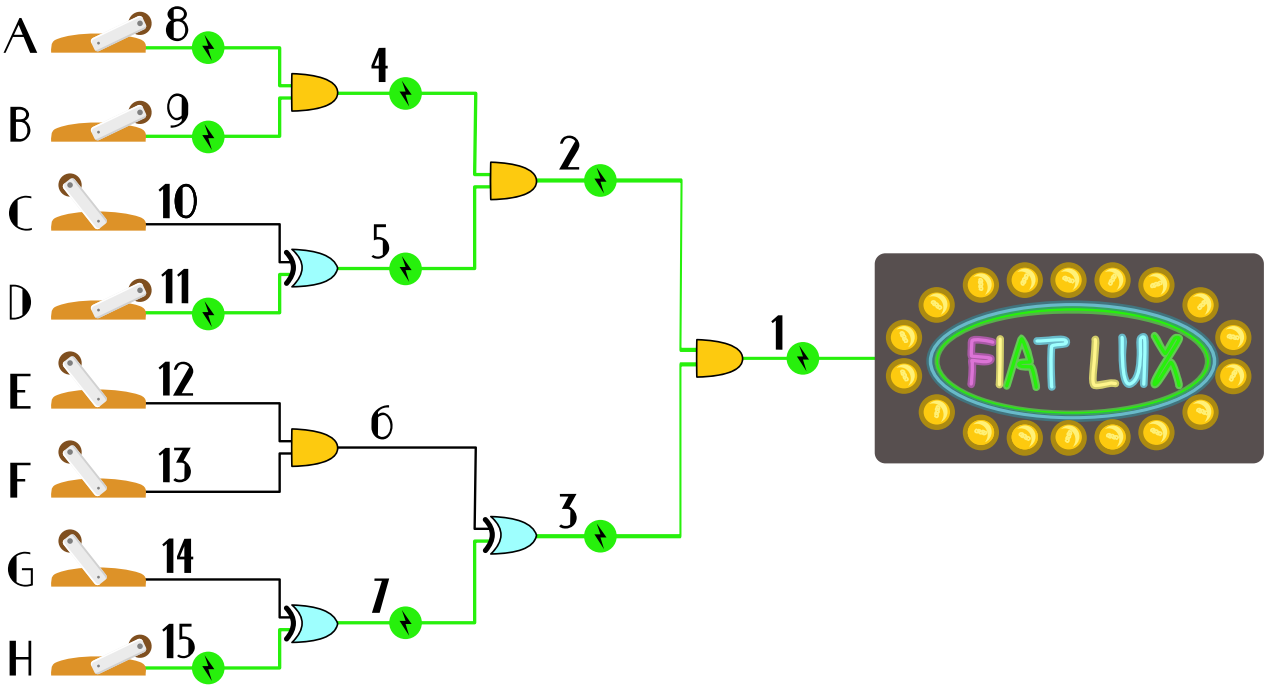
Der Ausgang vom  -Bauteil ist nur dann an, wenn beide eingehenden Drähte an sind. Der Ausgang vom  -Bauteil ist dann an, wenn genau einer der eingehenden Drähte an ist.

Welche Schalter müssen an  *sein, um am Ende die Leuchtreklame einzuschalten?*



Lösung

Eine mögliche Lösung ist diese:



Man kann sie sich einfach erarbeiten, indem man von hinten das Problem löst. Der angeschlossene Draht 1 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *an* ist, müssen beide eingehenden Drähte 2 und 3 *an* sein.

- Draht 2 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *an* ist, müssen beide eingehenden Drähte 4 und 5 *an* sein.
- Draht 3 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *an* ist, muss genau einer der beiden eingehenden Drähte *an* sein, zum Beispiel Draht 7. Dann muss Draht 6 *aus* sein.
- Draht 4 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *an* ist, müssen beide eingehenden Drähte 8 und 9 *an* sein, also die beiden Schalter A und B ebenfalls *an* sein:  .
- Draht 5 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *an* ist, muss genau einer der beiden eingehenden Drähte *an* sein, zum Beispiel der Draht 11. Dann muss Draht 10 *aus* sein. Also muss Schalter C *aus*  und Schalter D *an*  sein.
- Draht 6 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *aus* ist, muss mindestens einer der eingehenden Drähte 12 und 13 *aus* sein, also können sogar beide Schalter E und F *aus* sein:  .
- Draht 7 ist mit einem  -Bauteil verbunden. Damit dies am Ausgang *an* ist, muss genau einer der beiden eingehenden Drähte *an* sein, zum Beispiel Draht 15. Dann muss Draht 14 *aus* sein. Also muss Schalter G *aus*  und Schalter H *an*  sein.

Alternativen gibt es bei den  –Bauteilen, denn hier kann man entscheiden, welcher der beiden eingehenden Drähte *an* ist. Zudem kann man an dem  –Bauteil mit Draht 6 als Ausgang entscheiden, ob keiner oder einer der beiden *an* ist, da in beiden Fällen der Ausgang *aus* bleibt. Damit bei dem  –Bauteil mit Draht 6 der Ausgang *an* ist, müssen beide Eingänge ebenfalls *an* sein. In diesem Fall müssen die beiden Eingänge des  –Bauteils mit Draht 7 als Ausgang entweder beide *an* oder beide *aus* sein, damit Draht 7 *aus* ist. Das ergibt 16 verschiedene mögliche Kombinationen:

Schalter								**Draht**	
A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**6**	**7**
immer *an*		**genau einer *an***		**beide *an*, wenn Draht 6 *an*, sonst maximal einer *an***		**genau einer *an*, wenn Draht 7 *an*, sonst beide *an* oder *aus***		**genau einer *an***	
An	An	An	Aus	An	An	An	An	An	Aus
An	An	Aus	An	An	An	An	An	An	Aus
An	An	An	Aus	An	An	Aus	Aus	An	Aus
An	An	Aus	An	An	An	Aus	Aus	An	Aus
An	An	An	Aus	An	Aus	An	Aus	Aus	An
An	An	Aus	An	An	Aus	An	Aus	Aus	An
An	An	An	Aus	An	Aus	Aus	An	Aus	An
An	An	Aus	An	An	Aus	Aus	An	Aus	An
An	An	An	Aus	Aus	An	An	Aus	Aus	An
An	An	Aus	An	Aus	An	An	Aus	Aus	An
An	An	An	Aus	Aus	An	Aus	An	Aus	An
An	An	Aus	An	Aus	An	Aus	An	Aus	An
An	An	An	Aus	Aus	Aus	An	Aus	Aus	An
An	An	Aus	An	Aus	Aus	An	Aus	Aus	An
An	An	An	Aus	Aus	Aus	Aus	An	Aus	An
An	An	Aus	An	Aus	Aus	Aus	An	Aus	An

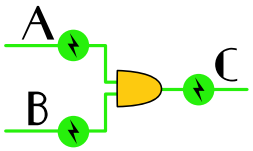
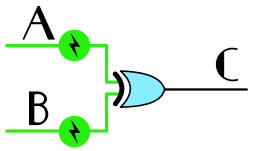
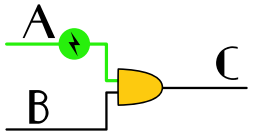
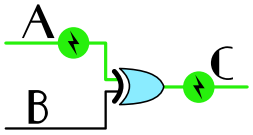
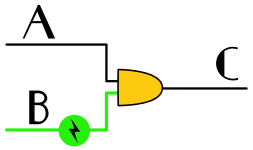
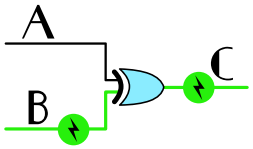
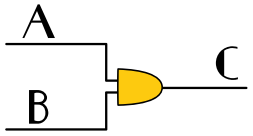
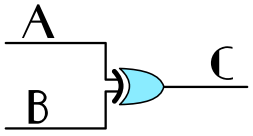
Dies ist Informatik!

Durch die Drähte dieser Aufgabe kann entweder Strom fliessen oder nicht, die Schalter sind also entweder an oder aus. In der Informatik repräsentieren solche Zustände den Wert einer *booleschen Variablen*. Diese werden oftmals auch als *wahr* oder *falsch* respektive als *1* oder *0* benannt.

Heutige Computer funktionieren in der Regel auch nur mit diesen beiden Zuständen. Das liegt unter anderem daran, dass im Kern des Computers Milliarden von *Transistoren* verbaut sind, deren Ein- und Ausgänge ebenfalls nur an oder aus sind.

Aus mehreren Transistoren kann man dann *logische Schaltungen* bauen. Zwei solche Schaltungen kommen in dieser Aufgabe vor: das  –Bauteil ist ein *Und-Gatter*, dessen Ausgang nur dann an ist, wenn beide Eingänge an sind. Das  –Bauteil ist ein *Exklusiv-Oder-Gatter*, dessen Ausgang

dann an ist, wenn genau einer der beiden Eingänge an ist. Man kann diese auch als *Wahrheitstabelle* aufschreiben:

Eingänge		**UND-Gatter**		**Exklusiv-ODER-Gatter**	
Eingang A	**Eingang B**	**Bild**	**Ausgang C**	**Bild**	**Ausgang C**
An	An		An		Aus
An	Aus		Aus		An
Aus	An		Aus		An
Aus	Aus		Aus		Aus

Weitere verbreitete Gatter sind das *Oder-Gatter*, dessen Ausgang dann an ist, wenn mindestens einer der beiden Eingänge an ist, und das *Nicht-Gatter*, dessen Ausgang genau dann an ist, wenn der Eingang nicht an ist. Häufig verbaut man eine Kombinationen aus einem Und-Gatter und einem Nicht-Gatter, weil man dies mit besonders wenigen Transistoren gebaut werden kann. Die Wahrheitstabellen sind:

Eingang A	**Eingang B**	**Ausgang Oder-Gatter**	**Ausgang Nicht-Und-Gatter**
An	An	An	Aus
An	Aus	An	An
Aus	An	An	An
Aus	Aus	Aus	An

Eingang	**Ausgang Nicht-Gatter**
An	Aus
Aus	An

Durch geschickte Kombinationen von *Logik-Gattern* kann ein Computer sehr schnell komplizierte Rechnungen durchführen.

Auf einer höheren Ebene werden die Logik-Gatter auch beim Programmieren verwendet: wenn das Ausführen eines Programmteils auf mehreren Bedingungen beruht, können diese Bedingungen mit Hilfe von *logischen Operatoren*, die genau so funktionieren, kombiniert werden. Dies findet man auch

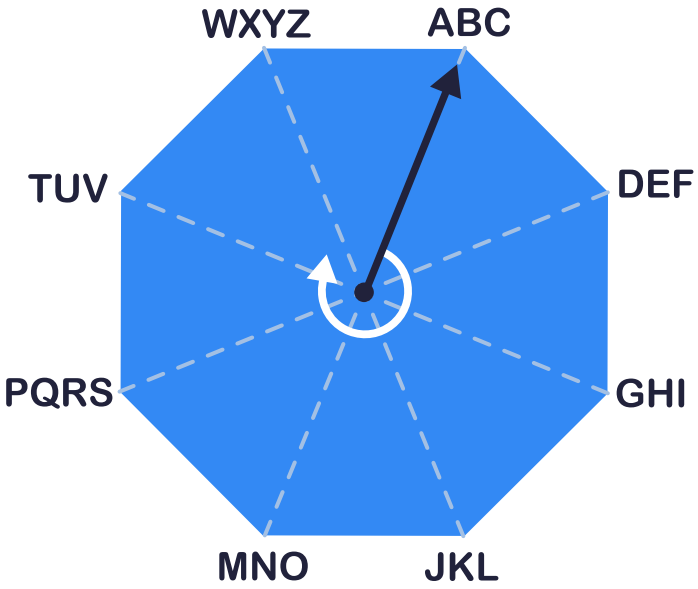
in Computerprogrammen. Manchmal muss ein Programm «Entscheideungen» darüber treffen, was als nächstes zu tun ist, je nachdem, ob eine Sache (oder manchmal auch mehrere Dinge) zuvor passiert sind.

Stichwörter und Webseiten

- boolesche Variable: `https://de.wikipedia.org/wiki/Boolean`
- Transistoren: `https://de.wikipedia.org/wiki/Transistor`
- logische Schaltung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Digitaltechnik`
- Und-Gatter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Und-Gatter`
- Exclusiv-Oder-Gatter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Exklusiv-Oder-Gatter`
- Wahrheitstabelle: `https://de.wikipedia.org/wiki/Wahrheitstabelle`
- Oder-Gatter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Oder-Gatter`
- Nicht-Gatter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Nicht-Gatter`
- Logik-Gatter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Logikgatter`
- logische Operator: `https://de.wikipedia.org/wiki/Logischer_Operator`

16. Code 8

Mit dieser Scheibe werden Klartexte zu Geheimtexten verschlüsselt:



Am Anfang steht der Zeiger der Scheibe auf «ABC».

Jeder Buchstaben wird einzeln verschlüsselt. Dazu werden zwei Ziffern ermittelt:

- Die erste Ziffer gibt an, um wie viele Positionen der Zeiger im Uhrzeigersinn gedreht wird. Dann steht der Zeiger auf dem Block mit dem Buchstaben, der verschlüsselt werden soll.
- Die zweite Ziffer gibt an, der wievielte Buchstabe in dem Block verschlüsselt werden soll.

Das Wort «PAAR» wird beispielsweise als $51 - 31 - 81 - 53$ verschlüsselt.

Was bedeutet der Geheimtext 22-61-62-74?

A) HANS

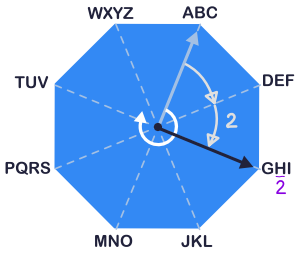
B) HAUS

C) HALLO

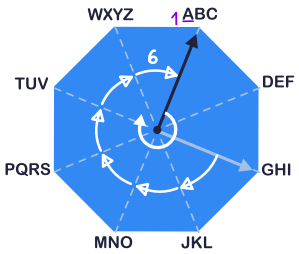
D) HALS

E) HAUT

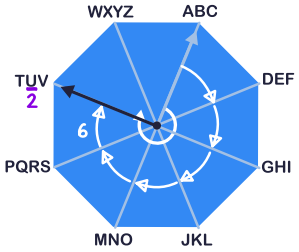
Lösung



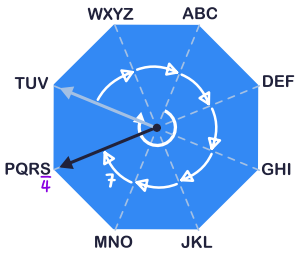
22 bedeutet, dass der Zeiger vom Block «ABC» zum Block «GHI» gedreht wird (erste Ziffer 2), und dass der zweite Buchstabe «H» genommen wird (zweite Ziffer 2).



61 bedeutet, dass der Zeiger nun vom Block «GHI» zum Block «ABC» gedreht wird (erste Ziffer 6), und dass der zweite Buchstabe «A» genommen wird (zweite Ziffer 1).



62 bedeutet, dass der Zeiger nun vom Block «ABC» zum Block «TUV» gedreht wird (erste Ziffer 6), und dass der zweite Buchstabe «U» genommen wird (zweite Ziffer 2).



74 bedeutet, dass der Zeiger nun vom Block «TUV» zum Block «PQRS» gedreht wird (erste Ziffer 7), und dass der vierte Buchstabe «S» genommen wird (zweite Ziffer 4).

Damit ist die Antwort B) «HAUS» korrekt.

Man hätte auch schneller auf diese Lösung kommen können: Die Antwort C) HALLO kann gar nicht in Frage kommen, da sie aus fünf Buchstaben besteht, der Geheimtext aber nur vier Buchstaben repräsentiert. Da der letzte Buchstabe mit einer 4 als zweiter Ziffer verschlüsselt ist, kann er nur «S» oder «Z» sein. Nur die Antworten A), B) und D) erfüllen dies. Der Buchstabe davor ist muss aus dem Buchstabenblock sieben Drehungen gegen den Uhrzeigersinn sein, also aus dem Block «TUV». Damit kann es nur noch die Antwort B) «HAUS» sein.

Dies ist Informatik!

Seit tausenden von Jahren versucht der Mensch, Informationen so zu verstecken, dass nur die Empfänger sie entziffern können. Was mit Papierstreifen, die um einen Stab gewickelt wurden, anfing («Skytale»), entwickelte sich über Transpositionschiffrem wie dem «Caesar-Code» und *polyalphabetischen Verschlüsselungsverfahren* (wie dem «Vigenére-Verfahren») zur modernen *Public-Key-Kryptographie* (wie zum Beispiel «GnuPG», das unter anderem das «RSA-Verfahren» nutzt).

Das Verschlüsselungsverfahren aus dieser Aufgabe ist ein polyalphabetisches Verschlüsselungsverfahren, denn derselbe Buchstabe wird nicht notwendigerweise mit demselben Geheimtext verschlüsselt: der Buchstabe «A» im Beispiel wird am Anfang als 31, aber am Ende als 81 verschlüsselt. Prinzipiell sind diese Verschlüsselungsverfahren heute alle mit Hilfe von Computern schnell und einfach zu entziffern.

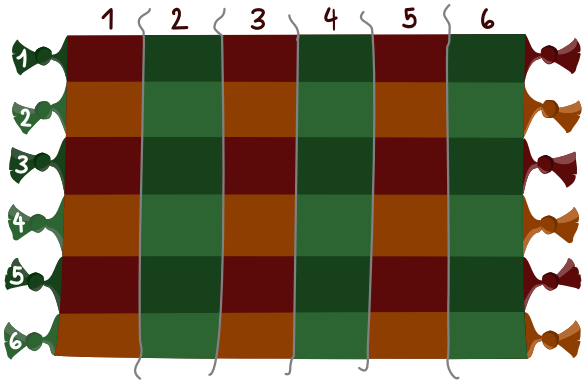
In diesem Fall ist das Entziffern jedoch denkbar einfach: es gibt nur genau einen Schlüssel, um einen Text zu verschlüsseln. Selbst wenn man die Startposition des Zeigers nicht bei ABC sondern bei irgendeinem Block starten lassen könnte, hätte man nur acht verschiedene Schlüssel … da ist selbst der Caesar-Code, der über 2000 Jahre alt ist, «sicherer». Nun kann man noch argumentieren, dass das Geheime gar nicht der Schlüssel sondern das Verschlüsselungsverfahren ist. Aber das *Kerckhoffs'sche Prinzip*, das Auguste Kerckhoffs (1835 bis 1903) 1883 formuliert hat, und das bis heute gilt, macht deutlich, dass die Sicherheit eines *Kryptosystems* nicht auf dem Geheimhalten eines Verschlüsselungsverfahrens beruhen darf, denn dies könnte zu leicht anderen bekannt werden.

Stichwörter und Webseiten

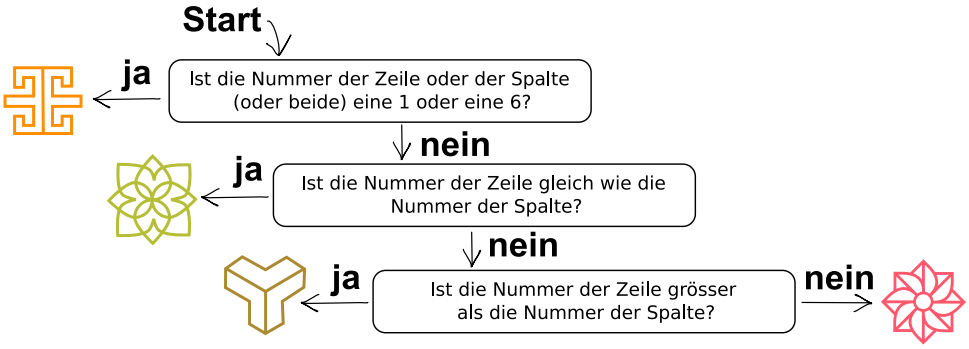
- Caesar-Code: `https://de.wikipedia.org/wiki/Caesar-Verschlüsselung`
- Polyalphabetische Substitution: `https://de.wikipedia.org/wiki/Polyalphabetische_Substitution`
- Verschlüsselungsverfahren: `https://de.wikipedia.org/wiki/Verschlüsselungsverfahren`
- Vigenére-Verfahren: `https://de.wikipedia.org/wiki/Vigenère-Chiffre`
- Public-Key-Kryptographie: `https://de.wikipedia.org/wiki/Asymmetrisches_Kryptosystem`
- GnuPG: `https://de.wikipedia.org/wiki/GNU_Privacy_Guard`
- RSA-Verfahren: `https://de.wikipedia.org/wiki/RSA-Kryptosystem`
- Kerckhoffs'sche Prinzip: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kerckhoffs'_Prinzip`
- Auguste Kerckhoffs: `https://de.wikipedia.org/wiki/Auguste_Kerckhoffs`
- Kryptosystems: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kryptosystem`
- Kryptographie: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kryptographie`

17. Teppichmuster

Hale ist eine türkische Künstlerin. Sie gestaltet ein Teppichmuster mit einem Raster aus sechs Zeilen und sechs Spalten.

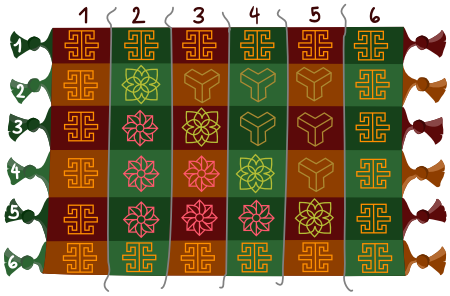


Hale nummeriert die Zeilen und Spalten. Für jedes Feld des Rasters gibt es also die Nummer der Zeile und die der Spalte. Hales Angestellte sollen in jedes Feld ein Symbol setzen. Hale hat ihnen dazu diese Anleitung gegeben:

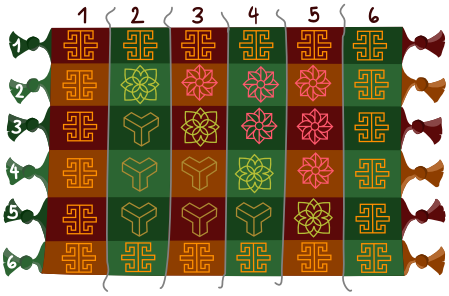


Wie wird der Teppich aussehen?

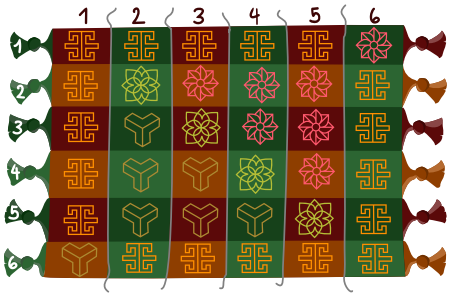
A)



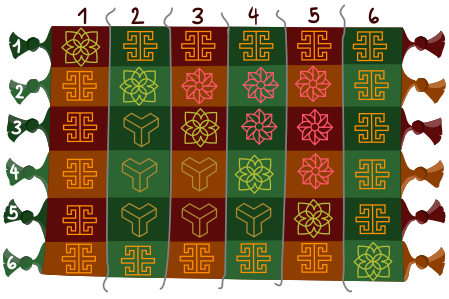
B)



C)



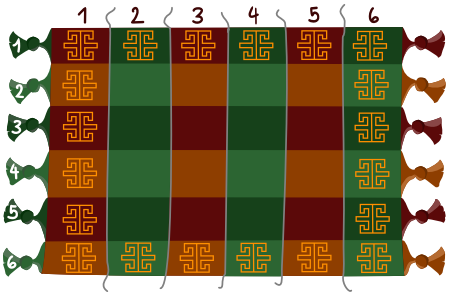
D)



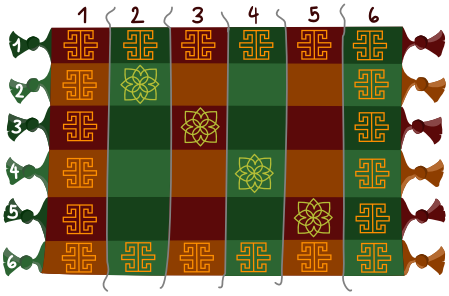
Lösung

Die richtige Antwort ist B).

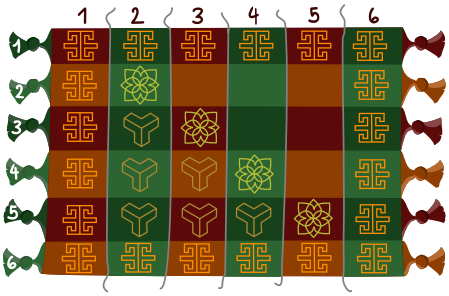
Die erste Frage des Bildes wird für alle Felder am Rand des Gitters mit «Ja» beantwortet. Denn jedes Randfeld befindet sich in der 1. oder 6. Spalte oder in der 1. oder 6. Zeile. Diese Felder erhalten das Symbol und es ergibt sich die folgende Anordnung:



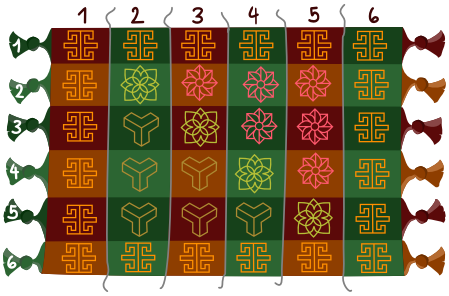
Die zweite Frage wird für alle Felder auf der Diagonalen mit «Ja» beantwortet, denn auf der Diagonalen sind Spalten- und Zeilennummern gleich. Diese Felder erhalten das Symbol und das Teppichmuster sieht so aus:



Gemäss der dritten Frage erhalten alle Felder, deren Zeilennummer grösser als die Spaltennummer ist, das Symbol .

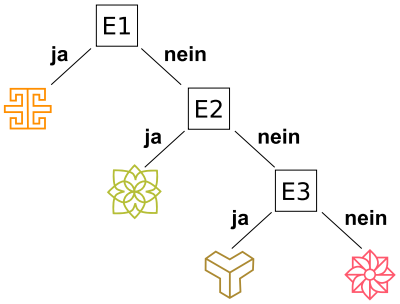


Bei den übrigen Feldern wird die dritte Frage mit «Nein» beantwortet. Das heisst die Zeilennummer ist nicht grösser als die Spaltennummer. Alle diese Felder werden mit dem Symbol gefüllt. So ergibt sich das Teppichmuster aus Antwort B.



Dies ist Informatik!

Das Bild, das die Künstlerin Hale als Anleitung entwickelt hat, nennt man in der Informatik einen *Entscheidungsbaum*. Wie ein richtiger Baum besteht ein Entscheidungsbaum aus Verzweigungen. An jeder Verzweigung (E1 - E3) steht eine Frage, die mit «Ja» oder «Nein» beantwortet wird. Wenn man den Baum von oben nach unten durchläuft, die Fragen beantwortet und den passenden Linien folgt, führt man eine Entscheidung herbei.



In der Aufgabe ist der Entscheidungsbaum das Herzstück einer Anleitung für das Weben eines Teppichs. Jede Person, die diese Anleitung beim Weben verwendet, stellt genau den gleichen Teppich her. Im Prinzip könnte auch eine Maschine den Teppich produzieren, sofern sie die Anleitung lesen und verstehen kann.

In der Informatik nennt man eine solche eindeutige Anleitung einen *Algorithmus*. Wenn ein Algorithmus in einer *Programmiersprache* geschrieben ist und von einem Computer ausgeführt werden kann, spricht man von einem *Computerprogramm*.

Im Alltag hat man häufig mit Computerprogrammen zu tun, die Entscheidungen treffen: Die Ampelsteuerung entscheidet, wann die Fussgängerampel grün wird. Das Betriebssystem des Handys entscheidet, wann es in den Energiesparmodus wechselt. Die automatische Passkontrolle am Flughafen entscheidet, ob der Reisepass gültig ist.

Hinter all diesen Programmen stecken Entscheidungsbäume.

Stichwörter und Webseiten

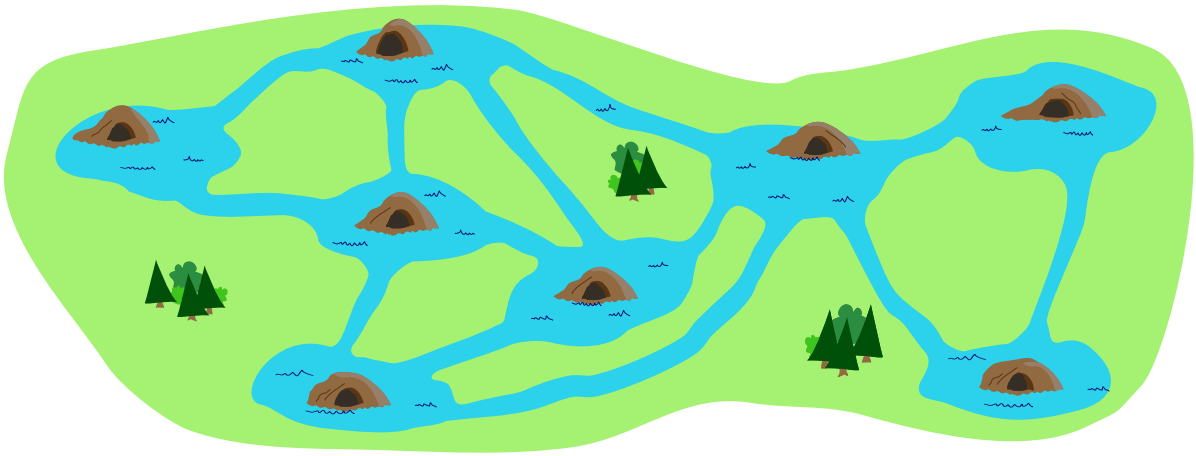
- Entscheidungsbaum: `https://de.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsbaum`
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`
- Programmiersprache: `https://de.wikipedia.org/wiki/Programmiersprache`
- Computerprogramm: `https://de.wikipedia.org/wiki/Computerprogramm`

18. Lilis Nachbarn

Auf der Karte siehst du die Biberburgen von acht Bibern. Zwei Biber sind Nachbarn, wenn ein Kanal ihre Burgen direkt verbindet.

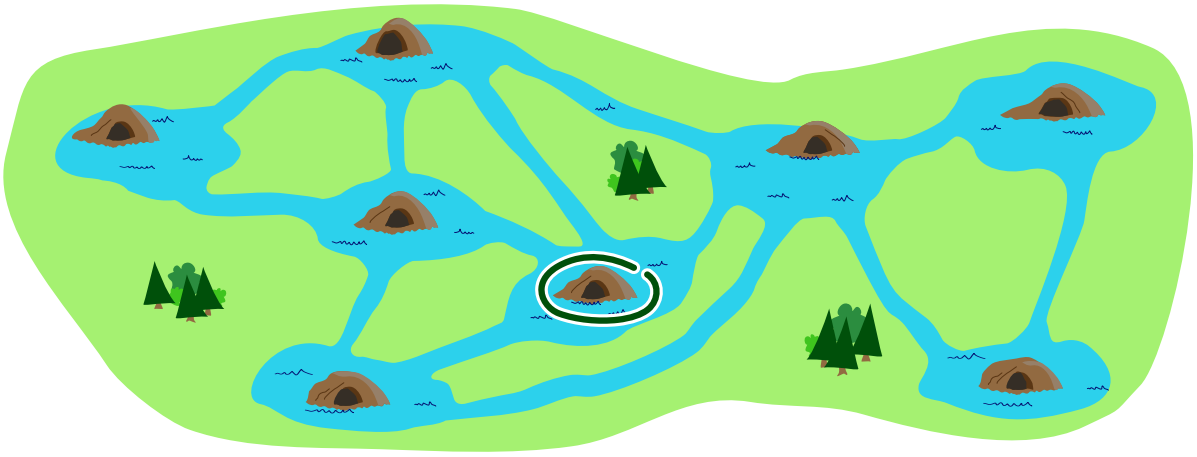
- Lili, Simon, und Peter haben je vier Nachbarn.
- Simon und Peter sind Ninas einzige Nachbarn.

In welcher Burg wohnt Lili?

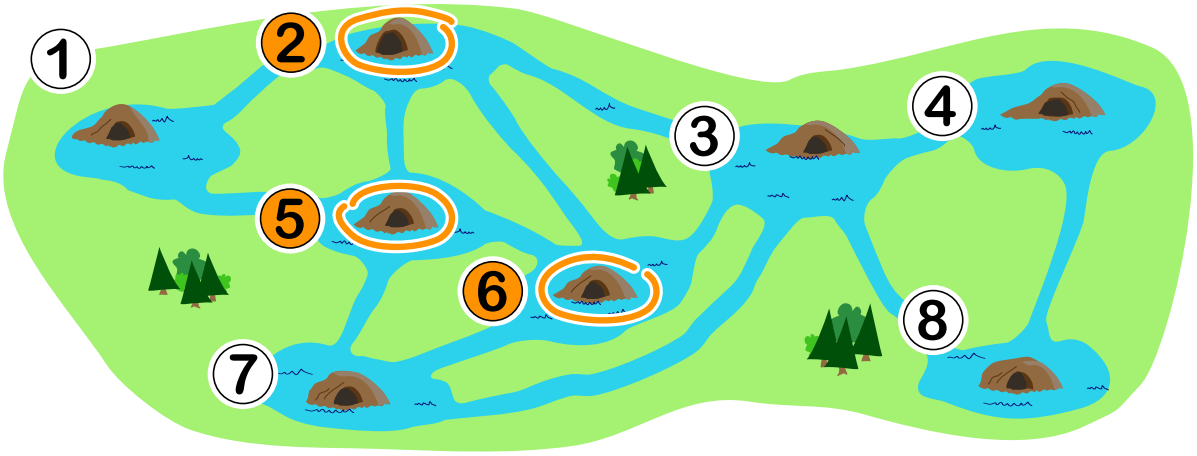


Lösung

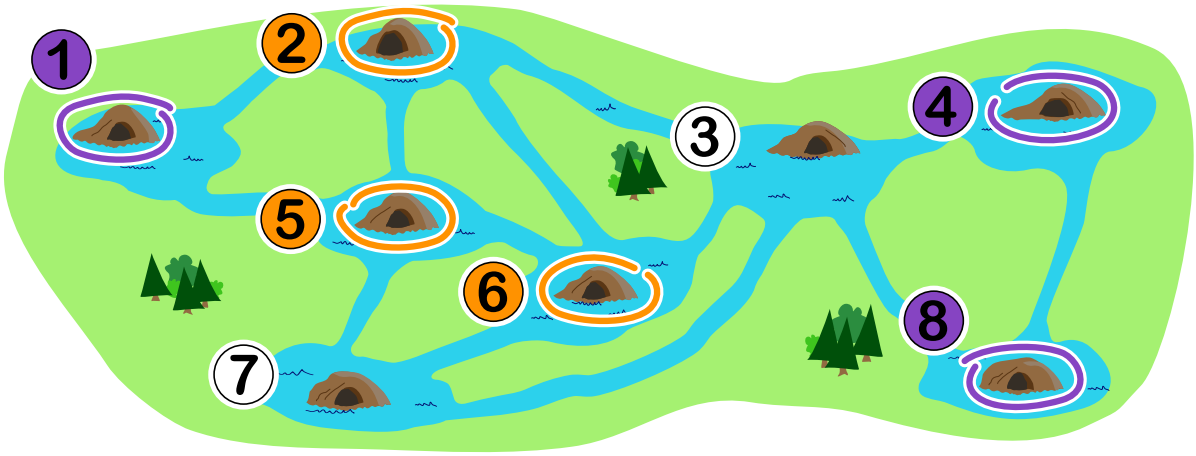
Die richtige Antwort ist:



Um das Problem zu lösen, ist es notwendig, sich auf die Kanäle zwischen den Burgen zu konzentrieren. Wir müssen die Burgen identifizieren, in denen Lili, Peter oder Simon wohnen. Da sie alle 4 Nachbarn haben, müssen von ihren Burgen je genau vier Kanäle abgehen. Es gibt drei solche Burgen: 2, 5 und 6.



Folglich leben Lili, Peter und Simon in je einer dieser drei Burgen. Nun müssen wir herausfinden, in welcher der drei Burgen Lili wohnt. Die anderen beiden Informationen beziehen sich auf Ninas Burg. Aus diesen können wir schliessen, dass von ihrer Burg genau zwei Kanäle abgehen. Also lebt Nina in einer dieser Burgen: 1, 4 oder 8.



Da wir wissen, dass Simon und Peter die beiden Nachbarn von Nina sind, können wir weiterhin folgern, dass

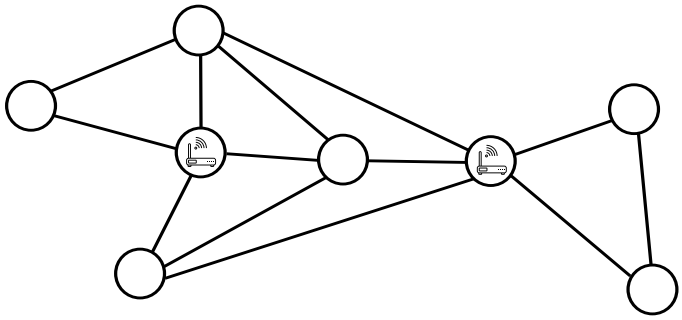
- Nina in der Burg 1 lebt
- Simon und Peter in den Burgen 5 und 7 leben (oder anders herum).

Also gibt es nur eine Burg von der vier Kanäle abgehen, die Lilis Burg sein kann. Es ist die Burg 6!

Dies ist Informatik!

In dieser Aufgabe sind jeweils zwei Biberburgen durch einen Kanal verbunden. Die Gesamtheit der Burgen und der Kanäle bildet ein Netzwerk, welches die *Beziehungen* zwischen allen Burgen aufzeigt. Ein solches Netzwerk von Beziehungen zwischen Objekten nennt man in der Informatik und der Mathematik *Graphen*. Ein Graph kann als eine *Menge* von *Knoten* betrachtet werden, die mit *Kanten* verbunden sind. In dieser Aufgabe stellen die Burgen die Knoten dar, und die Kanäle die Kanten.

Die Lehre von den Graphen nennt man *Graphentheorie*. Sie kann zur Modellierung von paarweisen Beziehungen zwischen Objekten verwendet werden. Graphen sind mathematische Modelle für netzartige Strukturen in Natur und Technik. Beispiele dafür sind soziale Strukturen, Strassennetze, Computernetze, elektrische Schaltungen, Versorgungsnetze oder chemische Moleküle. Graphen können bei der Beschreibung und Lösung von *Netzwerkproblemen* hilfreich sein, z. B. wenn es darum geht, einen guten Platz für einen Router in einem Gebäude zu finden oder sicherzustellen, dass jedes Zimmer in einem Haus ein starkes Wi-Fi-Signal hat.



Stichwörter und Webseiten

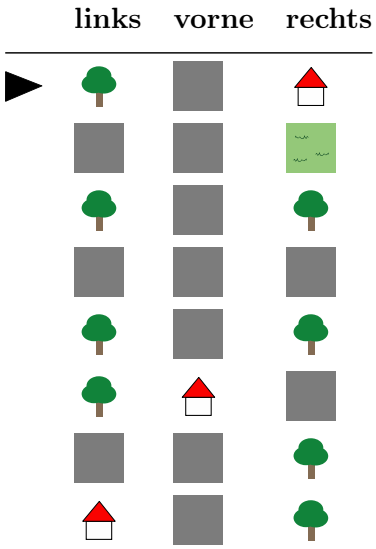
- Beziehung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Relation_(Datenbank)`
- Graphen: `https://de.wikipedia.org/wiki/Graph_(Graphentheorie)`
- Menge: `https://de.wikipedia.org/wiki/Menge_(Mathematik)`
- Knoten: `https://de.wikipedia.org/wiki/Knoten_(Graphentheorie)`
- Kante: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kante_(Graphentheorie)`
- Graphentheorie: `https://mathepedia.de/Graphentheorie.html`
- Netzwerkprobleme: `https://www.swisseduc.ch/informatik/theoretische_-informatik/hard_problems/docs/schwierigeprobleme_schueler.pdf`

19. Roboter Tina

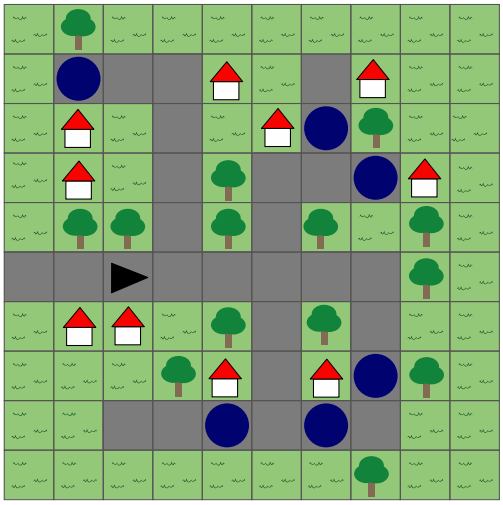
Roboter Tina liefert Post aus. Tina benutzt dazu eine Landkarte, die in Felder eingeteilt ist. Tina bewegt sich der Strasse entlang auf ein benachbartes Feld nach links, rechts oder vorne (also nicht diagonal).

Für die Navigation hat Tina drei Sensoren. Sobald Tina ein Feld betritt (und bevor Tina sich drehen kann), erkennen sie, was sich auf den Feldern links, rechts und vor Tina befindet.

Die Tabelle dokumentiert, was Tinas Sensoren auf jedem Feld ihres Weges erkannt haben. Tina startet auf dem Feld ▶, in Richtung des Pfeiles.

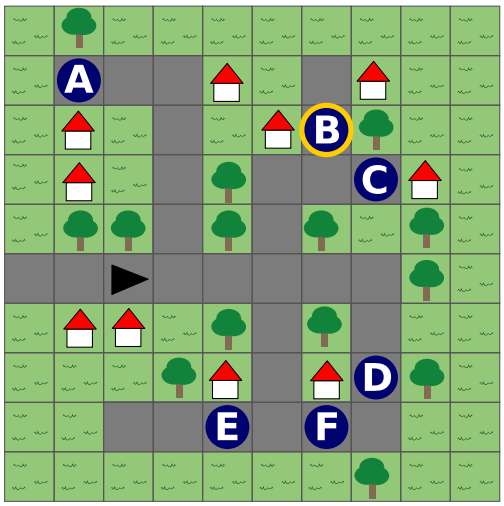


An welchem der dunkelblauen Punkte ● befindet sich Tina am Ende ihres Weges?



Lösung

Die korrekte Antwort ist Punkt B.

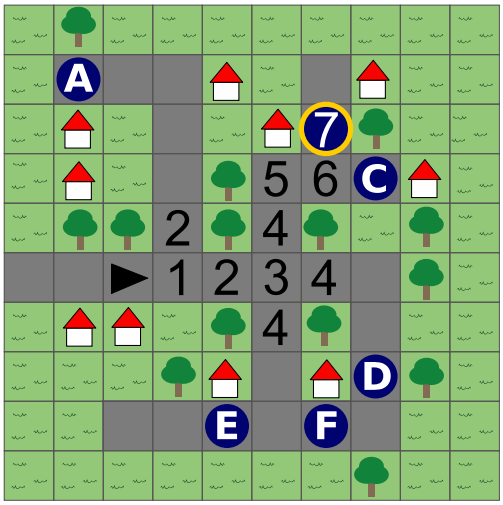


Schritt	links	vorne	rechts
▶	🌳	■	🏠
1	■	■	
2	🌳	■	🌳
3	■	■	■
4	🌳	■	🌳
5	🌳	🏠	■
6	■	■	🌳
7	■	🌳	🌳

Hier ist es effizient, sich auf die sechs Zielpunkte zu fokussieren und zu schauen, ob Sensorangaben von Schritt 7 «🏠 ■ 🌳» passen könnten. Damit kann man C, E und F ausschliessen. Die Sensorangaben von Schritt 6 sind «■ ■ 🌳», somit kann man A und D ausschliessen.

Alternativ kann man versuchen, den in der Tabelle dokumentierten Weg zu gehen. Der Weg zu Punkt B ist der einzige, der dem entspricht.

Wenn man Tinas Weg anhand der Informationen der Sensoren nachvollzieht, kann man nicht immer sofort entscheiden, wohin Tina sich bewegt hat. Im Schritt 4 würde Tina links und rechts Bäume sehen, egal in welche der drei Richtungen sie sich bewegen würde. In dieser Situation muss man auch die Sensorinformationen nach der nächsten Bewegung berücksichtigen um Schritt 4 eindeutig bestimmen zu können.



Dies ist Informatik!

In diesem Task begegnen wir den *Roboter* Tina. Roboter sind speziell ausgestattete Computer, die Informationen aus ihrer Umwelt mit Hilfe von *Sensoren* erfassen, diese Informationen automatisch (d.h. mit einem Programm) verarbeiten und aufgrund des Resultats eine Aktion in ihrer Umwelt, mittels sogenannter *Aktoren*, selbstständig ausführen. Tinas Sensoren erfassen zunächst den Inhalt der Felder links, vorne und rechts. Konkret könnten uns vorstellen, dass die Sensoren Fotos aufnehmen und dass aus der automatisierten Analyse dieser Bilder geometrische Daten extrahiert werden, die der Computer zu einem Haus, einem Baum oder eine Strasse zuordnen kann. Tinas Fahrwerk, d.h. die Aktoren, könnte dann so gesteuert werden, dass Felder mit Bäumen oder einem Haus umgefahren werden.

Selbstfahrende Autos sind berühmte Beispiele solcher Roboter. Sie sind mit zahlreichen Sensoren ausgestattet, die nicht nur die Geschwindigkeit oder die aktuelle Position, sondern auch der Abstand vom Strassenrand messen und Objekte auf der Strasse oder am Strassenrand und vieles, vieles mehr erfassen. Diese Informationen werden mittels zum Teil sehr komplexer Programme verarbeitet, die zum Beispiel Kinder erkennen, die potentiell die Strasse überqueren könnten und diese von einem Strassenschild unterscheiden können. In vielen solcher Szenarien ist das sogenannte *maschinelle Lernen* die Schlüsseltechnologie. Im Fall von selbstfahrenden Autos lernen die Computer aus vielen vorgegebenen Beispiele, wie man Kinder von Strassenschildern unterscheidet. Die Aktoren sind dann zum Beispiel die Bremsen, die selbständig bzw. ohne menschliche Mitwirkung aktiviert werden.

Stichwörter und Webseiten

- Roboter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Roboter`
- Sensor: `https://de.wikipedia.org/wiki/Sensor`
- Aktor: `https://de.wikipedia.org/wiki/Aktor`
- maschinelles Lernen: `https://de.wikipedia.org/wiki/Maschinelles_Lernen`

20. Datenfolgen

Hier siehst du eine Folge von Zahlen mit Namen X. An den Positionen 1 bis 5 in der Folge X stehen diese Zahlen: 5, 3, 2, 4, 1

	1	2	3	4	5
X	5	3	2	4	1

Die Zahl an einer bestimmten Position beschreiben wir, indem wir Namen und Position einklammern. Ein Beispiel: Die Zahl an Position 2 von Folge X beschreiben wir so: (X 2). Aktuell ist (X 2) = 3.

Eine so beschriebene Zahl in der Folge kann selbst auch eine Position sein.
Zum Beispiel ist (X (X 2)) = (X 3) = 2.

Hier sind drei andere Folgen: A, B und C.

A	3	2	4	1	5
B	5	4	1	3	2
C	2	5	4	3	1

Welche Zahl beschreiben wir so: (A (B (C 3))) ?

A) 1

B) 2

C) 3

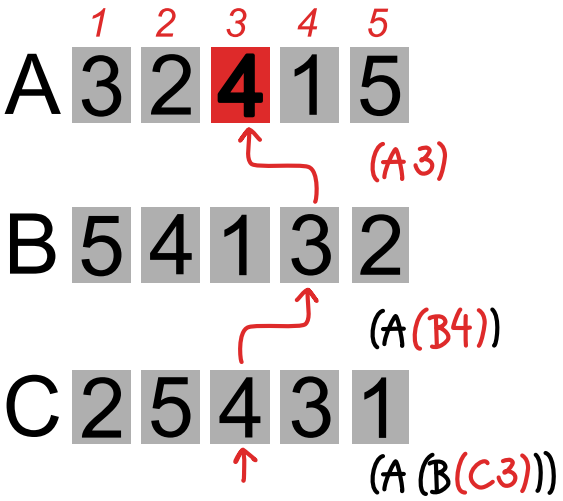
D) 4

E) 5

Lösung

Die richtige Antwort ist D) 4.

Die Beschreibung (A (B (C 3))) sagt: Die beschriebene Zahl steht in Folge A an Position (B (C 3)); die Position steht also in Folge B an Position (C3); und diese Position steht wiederum in Folge C an Position 3. Kompliziert.



Einfacher geht es, wenn wir die Beschreibung «von innen nach außen» auswerten, wie bei einem Rechenausdruck – und wie es im Beispiel der Aufgabenstellung bereits vorgemacht wird:
(A (B (C 3))) = (A (B 4)) = (A 3) = 4

Dies ist Informatik!

Es ist noch gar nicht so lange her, da hat man von *Datenverarbeitung* gesprochen, wenn es um den Einsatz von Computern ging. Zu Recht, denn Computer verarbeiten unterschiedlichste Arten von Daten, wie Zahlen, Texte, Bilder, Töne usw. Die meisten interessanten, in Computern gespeicherten Daten sind komplexer Art und haben Struktur: Die über den Tag gemessenen Temperaturen an einer Wetterstation zum Beispiel kann man als Folge von Paaren speichern, die jeweils aus der Uhrzeit der Messung und der gemessenen Temperatur bestehen. Hier gibt es also eine Paar- und eine Reihenfolge-Struktur.

Daten können unterschiedlichste Strukturen haben, und so haben Informatikerinnen und Informatiker unterschiedlichste so genannte *Datenstrukturen* entwickelt, um Daten geschickt zu speichern und (genau so wichtig) effizient auf die Daten zugreifen zu können. Eine einfache Datenstruktur ist das *Array* (auf Deutsch auch: Feld), das in dieser Biberaufgabe die Hauptrolle spielt. Ein Array kann nämlich eine feste Anzahl an Daten (also auch Zahlen) an aufeinanderfolgenden Positionen speichern. Durch die Positionen haben die Daten im Array eine Reihenfolge-Struktur – ein Array wäre also gut für die oben genannten Uhrzeit/Temperatur-Paare geeignet. Wegen ihrer festen Größe gehören Arrays in der Informatik zu den *statischen* Datenstrukturen. Für Datenfolgen gibt es auch *dynamische* Datenstrukturen wie z.B. Listen, deren Größe sich je nach Bedarf ändern kann.

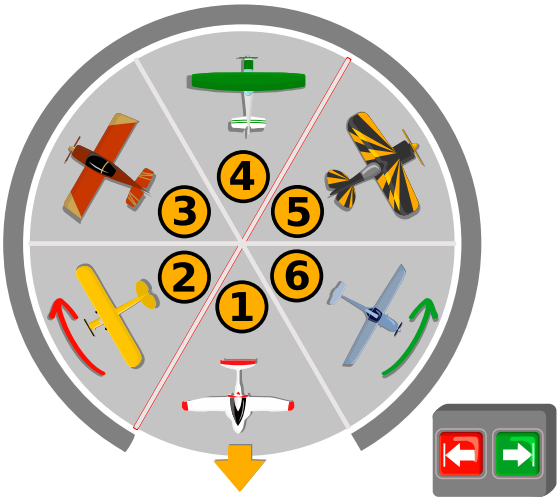
Ob statisch oder dynamisch: Wenn eine Folgen-Datenstruktur Zahlen enthält, können diese Zahlen auch Positionen in der gleichen oder einer anderen Folge angeben. Das wird in der Informatik häufig für die sogenannte indirekte Adressierung benutzt: Die Adresse bzw. Position in einer Folge wird nicht direkt als Zahl, sondern indirekt durch einen (Zahlen-)Wert aus einer Folge angegeben, der auch selbst wieder indirekt adressiert werden kann – usw.

Stichwörter und Webseiten

- Datenverarbeitung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Datenverarbeitung`
- Datenstrukturen: `https://de.wikipedia.org/wiki/Datenstruktur`
- Array: `https://de.wikipedia.org/wiki/Feld_(Datentyp)`
- Adressierung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Adressierung_(Rechnerarchitektur)`

21. Rundhangar

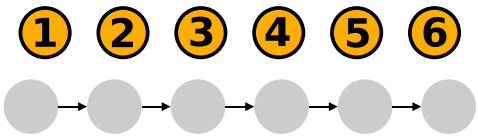
Auf dem Flugplatz von Beavertown parken sechs Flugzeuge in einem Hangar. Sie stehen auf einer Drehscheibe, in sechs Parkpositionen. Aussen gibt es zwei Pfeiltasten ⬅ ➡. Mit einem Tastendruck kann man die Drehscheibe um genau eine Parkposition nach links oder rechts drehen.



Morgens, wenn die Piloten ihre Flugzeuge abholen, ist die Parkposition 1 immer beim Hangartor und das Flugzeug darauf kann herausrollen. Im besten Fall müssen die Pfeiltasten dann noch fünfmal gedrückt werden, damit auch alle weiteren Flugzeuge herausrollen können. Wenn beispielsweise die Piloten in der Reihenfolge 1, 6, 5, 4, 3, 2 auf die Parkpositionen zugreifen wollen, genügt es, die Taste ➡ fünfmal zu drücken.

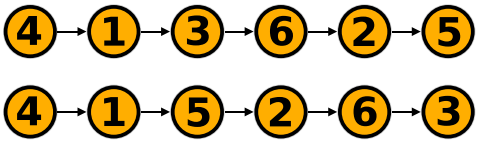
Aber was ist der schlechteste Fall? Bei welcher Reihenfolge müssen die Tasten am häufigsten gedrückt werden?

Gib ein Beispiel für eine solche Reihenfolge.



Lösung

Es gibt zwei richtige Antworten:



Zum Finden der Lösung wird immer das Flugzeug ausgewählt, welches auf der Parkposition ist, die die grösste Entfernung zum Hangartor hat.

«➡ ➡ ➡ 4» bedeutet, dass nach drei Tastendrücken das Flugzeug an Position 4 ausparkt

4 1 3 6 2 5:

4 1 5 2 6 3:

In beiden Fällen werden insgesamt 16 Schritte benötigt.

Es können auch nicht mehr als 16 Schritte sein, weil nur ganz am Anfang zwei Dreierschritte unmittelbar hintereinander folgen können. Danach können sich höchstens Zweier- und Dreierschritte abwechseln.

Dies ist Informatik!

Der Rundhangar hat den Vorteil, dass Flugzeuge sehr platzsparend geparkt werden können. Das Abholen dauert aber in der Regel länger als bei einem gewöhnlichen Hangar.

Die *Effizienz* eines Verfahrens ist ein sehr zentrales Thema in der Informatik, weil sie ein wichtiges Beurteilungskriterium für *Algorithmen* ist. Sehr oft geht es bei Effizienz um die Zeitdauer der Durchführung (*Laufzeiteffizienz*), aber das ist nicht immer der Fall. In der allgemeinen Definition der Effizienz von Algorithmen geht es um alle benötigten Ressourcen also zum Beispiel auch um die Grösse des benötigten Speichers (*Speichereffizienz*).

Wie in unserem konkreten Hangar-Beispiel führen Einsparungen bei einer Ressource zu einem höheren Bedarf einer anderen Ressource. Es hängt vom konkreten Zusammenhang und von der Verfügbarkeit der Ressourcen ab, welcher Ressource eine grössere Bedeutung beigemessen wird.

Beispielsweise sind *Bubblesort* und *Timsort* beide Algorithmen, um eine Liste von Elementen zu sortieren. Bubblesort sortiert die Liste zeitlich proportional zur Anzahl der Elemente im Quadrat ($\mathcal{O}(n^2)$), erfordert aber nur wenig zusätzlichen Speicher, der in Bezug auf die Länge der Liste konstant ist.

Timsort sortiert wesentlich schneller als Bubblesort ($\mathcal{O}(n \log n)$), hat aber einen mit der Grösse der Liste linear wachsenden Platzbedarf. Wenn für eine bestimmte Anwendung grosse Listen mit hoher Geschwindigkeit sortiert werden müssen, ist Timsort die bessere Wahl; Wenn es jedoch wichtiger ist, den Speicherbedarf der Sortierung zu minimieren, ist Bubblesort die bessere Wahl.

Stichwörter und Webseiten

- Effizienz (Laufzeiteffizienz und Speichereffizienz): `https://de.wikipedia.org/wiki/Effizienz_(Informatik)`
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`
- Bubblesort: `https://de.wikipedia.org/wiki/Bubblesort`
- Timsort: `https://de.wikipedia.org/wiki/Timsort`
- O-Notation: `https://de.wikipedia.org/wiki/Landau-Symbole`

22. Filmabend

Ein paar Freunde möchten einen Film miteinander anschauen. Zur Auswahl stehen sieben Filme. Um eine Entscheidung zu fällen, bewertet jede Person jeden Film gut, mittel oder schlecht.

Das Ergebnis siehst du unten. Leider gibt es keinen Favoriten für den Filmabend.

Ein Film ist ein «Favorit», wenn jede Person diesem Film die eigene beste Bewertung gegeben hat. Film 1 zum Beispiel ist kein Favorit, weil Niklaus seine beste Bewertung einem anderen Film gegeben hat, nämlich Film 4.

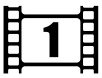
Ada möchte nun so wenig Freunde wie möglich überzeugen, ihre Bewertung zu ändern, damit es doch einen Favoriten gibt.

Hilf Ada und ändere so wenige Bewertungen wie möglich, so dass es einen Favoriten gibt.

	1	2	3	4	5	6	7
Ada	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Nancy	😐	😊	😊	😐	😐	😊	😊
Niklaus	☹	☹	☹	😐	☹	☹	☹
Grace	☹	😐	😐	😐	☹	😐	☹
Edsger	😊	😐	☹	☹	😐	😊	😊
Rozsa	😐	☹	😐	☹	😊	😐	😐

Lösung

Zu Beginn gibt es keinen Favoriten. Für jeden Film finden wir Freunde, die andere Filme besser bewerten.

Film	Freunde, die andere Filme besser bewerten
	4: Nancy, Niklaus, Grace und Rozsa
	3: Niklaus, Edsger und Rozsa
	3: Niklaus, Edsger und Rozsa
	3: Nancy, Edsger und Rozsa
	3: Nancy, Grace und Edsger
	2: Niklaus und Rozsa
	3: Niklaus, Grace und Rozsa

Bei Film 6 gibt es nur zwei Freunde, die andere Filme besser bewerten. Bei allen anderen Filmen sind es sogar mehr als zwei. Wenn nur ein Freund eine Bewertung ändert, wird es danach immer noch keinen Favoriten geben. Also muss Ada mindestens zwei Freunde überzeugen ihre Bewertungen zu ändern. Wenn Niklaus und Rozsa je eine Bewertung so verändern, dass Film 6 ihre beste Bewertung erhält, wird Film 6 ein Favorit.

Welche Bewertung können Niklaus und Rozsa jeweils ändern, damit Film 6 ihre beste Bewertung erhält? Die beiden haben jeweils drei Möglichkeiten:

- Niklaus kann seine Bewertung von Film 6 verbessern (zu 😐 oder 🙂) oder seine Bewertung von Film 4 verschlechtern (zu ☹). In allen drei Fällen erhält Film 6 danach seine beste Bewertung.
- Rozsa kann ihre Bewertung von Film 6 verbessern (zu 🙂) oder ihre Bewertung von Film 5 verschlechtern (zu 😐 oder ☹). In allen drei Fällen erhält Film 6 danach ihre beste Bewertung.

Diese jeweils drei Möglichkeiten können beliebig miteinander kombiniert werden. Insgesamt gibt es also $3 \times 3 = 9$ Möglichkeiten, nur zwei Bewertungen so zu ändern, dass es einen Favoriten gibt.

Dies ist Informatik!

Wie gehen wir vor, um diese Aufgabe zu lösen? Eine Idee besteht darin, für jeden Film und jede Person einzeln zu prüfen, ob diese Person andere Filme besser bewertet hat oder nicht. In unserem Fall entsteht dabei die obige Tabelle. Diese Tabelle hilft uns herauszufinden, welche Personen ihre Bewertungen ändern müssen, damit wir tatsächlich mit der kleinstmöglichen Anzahl von Veränderungen zu einem Favoriten gelangen.

Ada kann tatsächlich diesen *Algorithmus* verwenden, um ihr Problem zu lösen.

Ist dieser Algorithmus jedoch *effizient*? Könnte Ada noch schneller sein?

Wir bezeichnen im Folgenden die Anzahl Filme mit M und die Anzahl Freunde mit F. Ada muss alle $M \times F$ Einträge einzeln betrachten und für jeden Eintrag muss sie alle anderen $M - 1$ Bewertungen derselben Person berücksichtigen. Insgesamt muss Ada $M \times (M - 1) \times F$ Bewertungen betrachten.

Um zu entdecken, ob eine der Bewertungen problematisch ist, muss Ada diese Bewertung nur mit der besten Bewertung vergleichen, die diese Person vergeben hat. Wenn diese Person einen anderen Film besser findet, dann kann der von Ada gerade betrachtete Film gar kein Favorit sein.

Anders gesagt, wenn Ada zunächst die besten Gesamtbewertungen für jede einzelne Person herausfindet (indem sie sich alle $M \times F$ Bewertungen ansieht), kann sie für alle $M \times F$ Bewertungen feststellen, ob sie schlechter ausfallen als die beste Bewertung der jeweiligen Person.

Alles in allem führt dieser alternative Algorithmus mit einer gezielten Vorberechnung der besten Bewertungen dazu, dass Anna sich $2 \times M \times F$ Bewertungen ansieht. Bei $\mathrm{M} = 7$ und $\mathrm{F} = 6$ sind das 84 Tabellenzugriffe, während der erste Algorithmus 252 Tabellenzugriffe erfordert. Der zweite Algorithmus löst das Problem von Ada ebenfalls korrekt, ist aber effizienter als der erste Algorithmus.

Eine der wichtigsten Aufgaben in der Informatik besteht darin, Probleme nicht nur korrekt, sondern auch so effizient wie möglich zu lösen. Mit schnelleren Computern werden Lösungen schneller berechnet. Sind dennoch keine effiziente Algorithmen bekannt, um ein Problem zu lösen, können auch schnellere Computer an ihre Grenzen kommen.

Stichwörter und Webseiten

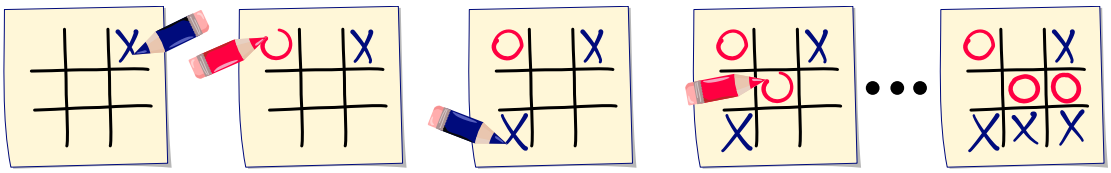
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`
- Effizienz: `https://de.wikipedia.org/wiki/Effizienz_(Informatik)`

23. Tic-Tac-Toe Endstand

Tic-Tac-Toe ist ein Spiel für zwei Personen.

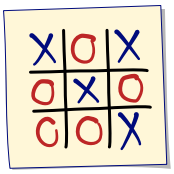
In einem Raster mit 3×3 Feldern füllen die beiden Spieler abwechselnd je ein Zeichen in ein freies Feld: Der eine Spieler X, der andere O. Wer als erster drei Felder in einer Zeile, Spalte oder Diagonale mit seinem Zeichen ausfüllen kann, gewinnt, und das Spiel ist beendet. Wenn alle Felder ausgefüllt sind und niemand gewonnen hat, endet das Spiel unentschieden.

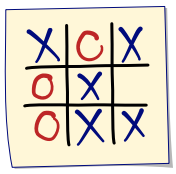
Hier siehst du die Spielstände eines möglichen Spielverlaufs: Die ersten 4 Spielzüge, sowie den letzten Zug. Der Spieler mit X gewinnt.

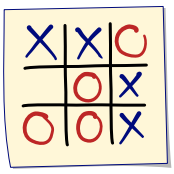


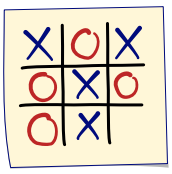
Den Spielstand am Ende eines Spiels nennen wir Endstand. Die Spielregeln legen genau fest, wie die Felder mit X und O ausgefüllt werden können und wann das Spiel endet.

Nur eines der vier Bilder zeigt einen Endstand von Tic-Tac-Toe. Welches?

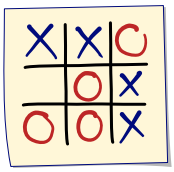
A) 

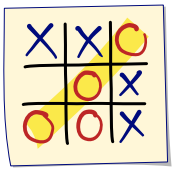
B) 

C) 

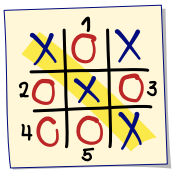
D) 

Lösung

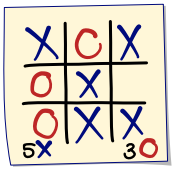
Antwort C ist richtig: 



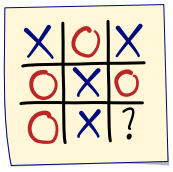
Antwort C ist korrekt, weil ein Spieler gewonnen hatte (drei ○ in einer Diagonalen) und dann keine weiteren Züge mehr erfolgten.



Antwort A ist nicht korrekt. Spieler ✕ hat das Spiel gewonnen, aber Spieler ○ hat weitere Felder ausgefüllt. Da der Gewinner immer das letzte Feld ausfüllt, kann er niemals weniger Zeichen als der Verlierer haben.



Antwort B ist nicht korrekt, weil 5 Felder mit ✕ aber nur 3 Felder mit ○ ausgefüllt sind. Das ist nicht möglich; denn die Anzahl der ○- und die Anzahl der ✕-Zeichen können sich höchstens um 1 unterscheiden.



Antwort D ist nicht korrekt; denn es zeigt keinen Endstand. Es gibt noch keinen Gewinner und die Felder sind nicht vollständig gefüllt.

Dies ist Informatik!

Bei der Lösung der Aufgabe haben wir geprüft, ob die vier Bilder der Antwortmöglichkeiten eine gültige Endstellung dokumentieren. Von den Tic-Tac-Toe-Spieltregeln kann man neue Regeln über gültige Endstellungen ableiten, zum Beispiel diese:

1. Die Differenz zwischen der Anzahl von ✕ und der Anzahl von ○ muss 0, –1 oder 1 sein.
2. Wenn kein Spieler gewonnen hat, müssen alle Felder ausgefüllt sein.
3. Der Verlierer kann höchstens so viele Felder ausfüllen wie der Gewinner.
4. Im Dokument eines beendeten Spiels kann höchstens eine Folge von drei gleichen Zeichen sein.

Diese neuen Regeln sind keine Spielregeln, sondern dienen nur der Überprüfung, ob das ausgefüllte Raster ein Endstand ist. Wenn ein Bild in Konflikt mit einer dieser Regeln steht, kann es kein Endstand sein.

Regeln sind sehr wichtig in der Computertechnik. Ein Interpreter, der ein Programm ausführt, überprüft, ob der eingegebene Text den Syntaxregeln der Programmiersprache entspricht.

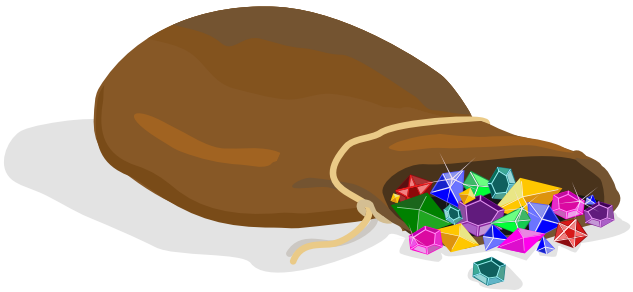
In der Programmierung werden in sogenannten Zusicherungen Regeln verwendet, um während eines Programmlaufs die Korrektheit eines Programms zu testen.

Stichwörter und Webseiten

- Tic-Tac-Toe: `https://de.wikipedia.org/wiki/Tic-Tac-Toe`
- Interpreter: `https://de.wikipedia.org/wiki/Interpreter`
- Syntax: `https://verify.rwth-aachen.de/programmierung/folien/I2_Grundlagen.pdf`
- Programmiersprache: `https://de.wikipedia.org/wiki/Programmiersprache`

24. Wertvolle Steine

Peter hat einige Edelsteine. Sie sind alle unterschiedlich wertvoll.



Sarah kennt Peters Edelsteine, aber nicht deren Wert. Sie will wissen, welcher Stein der wertvollste ist.

Dazu macht sie Folgendes dreimal:

- Sie wählt vier von Peters Steinen aus und fragt ihn, welcher davon der wertvollste Stein ist.

Jedesmal wählt sie die vier Steine beliebig neu aus, und Peter gibt ihr jedesmal eine ehrliche Antwort.

Danach weiss Sarah, welcher Stein der wertvollste ist.

Wie viele Edelsteine kann Peter höchstens haben?

A) 8 Edelsteine

B) 10 Edelsteine

C) 11 Edelsteine

D) 12 Edelsteine

Lösung

Antwort B) ist richtig: 10 Edelsteine

Wenn Peter 10 Edelsteine hat, kann Sarah bei den ersten beiden Fragen insgesamt acht verschiedene Edelsteine auswählen. Die beiden «Gewinner» der einzelnen Fragen (also die Steine, die jeweils die wertvollsten der vier gewählten Steine sind) können auch «Gesamtsieger» sein, also der insgesamt wertvollste Stein. Die anderen sechs Steine scheiden aus. Bei der letzten Frage wählt sie die beiden Gewinner und die zwei bisher noch nicht gewählten Steine aus. Der Gewinner dieser Frage muss der Gesamtsieger sein.

Für 10 Steine kann Sarah also (unter anderem) so vorgehen, um den wertvollsten Stein zu finden. Wenn Peter 11 Steine hat, kann sie das leider nicht schaffen:

Wenn Sarah, wie oben, bei den ersten beiden Fragen insgesamt acht verschiedene Steine vergleicht, verbleiben die beiden Gewinner und drei weitere Steine, also einer zu viel, um den Gesamtsieger mit der dritten Frage zu ermitteln. Wenn Sarah hingegen den Gewinner der ersten Frage bei der zweiten Frage mit 3 «neuen» Steinen vergleicht, kennt sie danach den wertvollsten der sieben gewählten Steine. Diesen Stein muss sie mit den vier weiteren Steinen vergleichen. Auch das ist ein Stein zu viel für die dritte Frage.

Wenn Sarah bei 11 Steinen für die ersten beiden Fragen nur sechs oder noch weniger verschiedene Steine auswählt, oder wenn Peter mehr als 12 Steine hat, kann Sarah nach drei Fragen erst recht nicht wissen, welcher Stein der wertvollste ist.

Dies ist Informatik!

Bei dieser Aufgabe geht es um einen *Algorithmus*, der durch Bedingungen eingeschränkt wird. In unserem Fall darf Sarah nur drei Fragen stellen und jede Frage darf nur 4 Elemente enthalten.

Trotz dieser Einschränkung funktioniert dieser Algorithmus gut für Sammlungsgrößen kleiner als 11, versagt aber ansonsten.

Es kann verschiedene Gründe geben, Algorithmen Beschränkungen aufzuerlegen. Beispielsweise könnte man fordern, dass eine Operation in einer festen Zeitspanne abgeschlossen werden muss, was in Echtzeit-Betriebssystemen erforderlich ist. Ein weiterer Grund könnte sein, dass Vorgänge externe Kosten verursachen oder einen Bauteil beschädigen können.

Es ist kein Problem, dass der Algorithmus ab einer bestimmten Schwelle versagt, solange sichergestellt wird, dass diese Schwelle nie erreicht wird. Beispielsweise darf die eingeschränkte Strategie dieser Aufgabe niemals für Sammlungen mit mehr als 10 verwendet werden.

Stichwörter und Webseiten

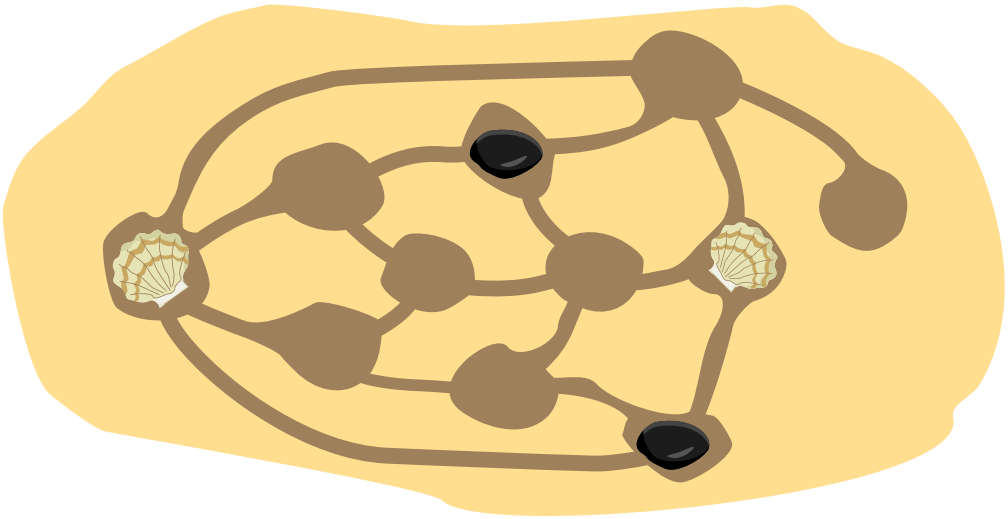
- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus`
- Zeitkomplexität: `https://de.wikipedia.org/wiki/Zeitkomplexität`

25. Muscheln und Steine

Ann und Bob spielen am Strand. Sie graben einige Mulden und verbinden manche davon mit Furchen, die sie in den Sand ziehen. Anns Spielfiguren sind Muscheln . Bobs Spielfiguren sind Kieselsteine .

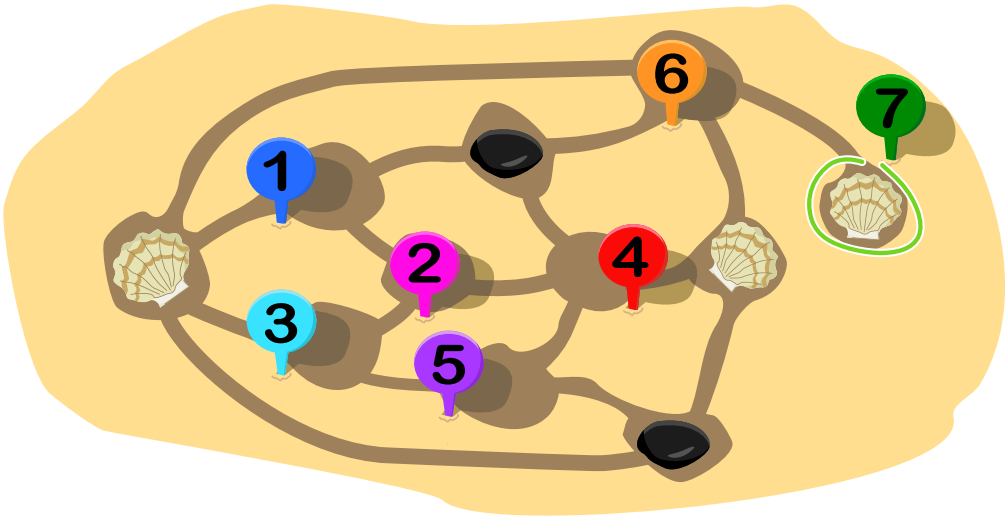
Abwechselnd setzen sie eine ihrer Spielfiguren in eine freie Mulde. Verloren hat, wer als erstes zwei eigene Figuren in zwei direkt verbundene Mulden gesetzt hat. Im Bild siehst du den Spielstand nach einigen Zügen.

Ann ist an der Reihe. In welche der freien Mulden muss sie ihre nächste Muschel setzen, um sich den Sieg zu sichern?

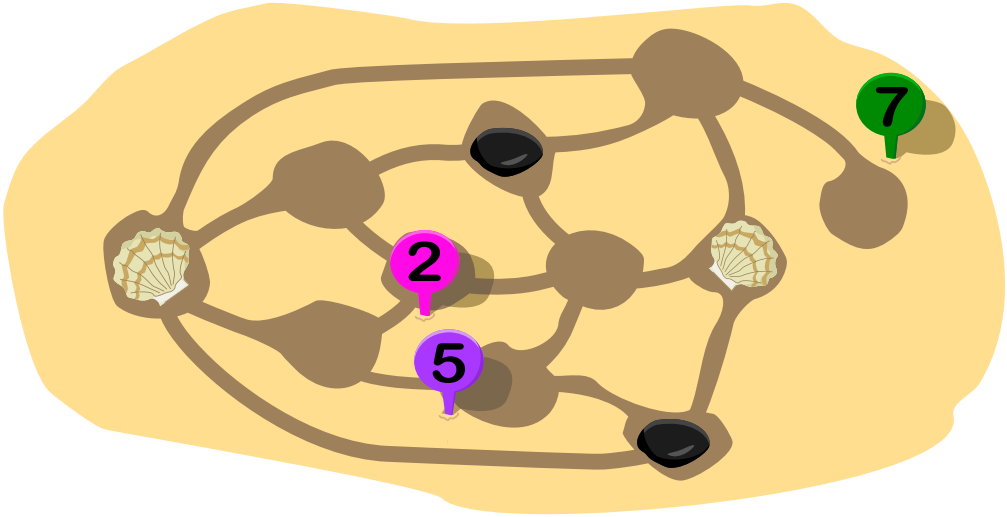


Lösung

Die richtige Antwort ist die Mulde 7.



Ann ist an der Reihe. Für sie kommen die Mulden 1, 3, 4 und 6 nicht in Frage, es bleiben also 2, 5 und 7.



Sie sieht, dass für Bob die Mulden 1, 4, 5 und 6 nicht in Frage kommen. Für ihn bleiben also 2, 3 und 7.

Wenn Ann die 7 spielt, kann Bob entweder 2 oder 3 spielen; in beiden Fällen kann Ann noch die 5 spielen und Bob verliert.

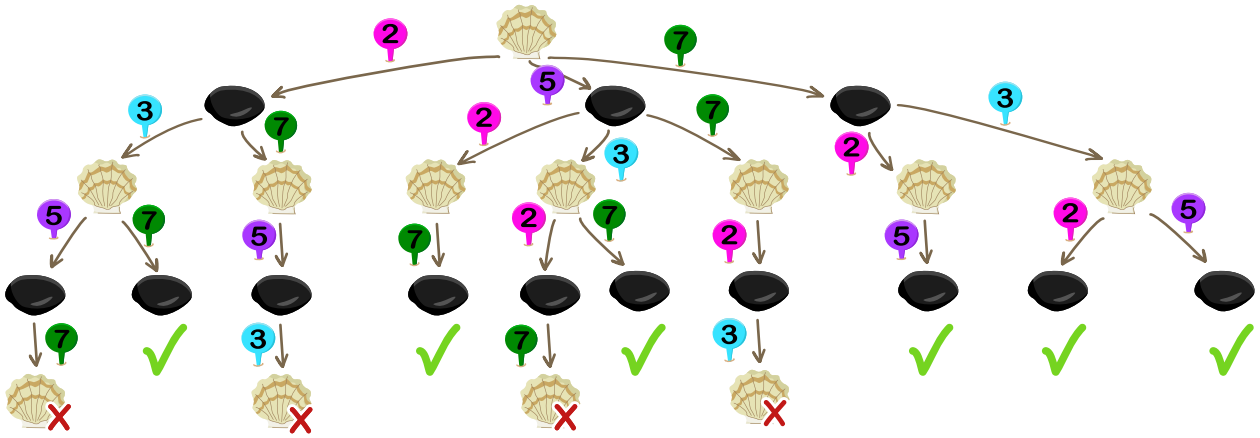
Wenn Ann beim Spielstand im Bild die 2 spielen würde, könnte Bob als nächstes die 7 spielen. Danach müsste Ann die 5 spielen, Bob die 3 und dann hätte Ann verloren.

Würde Ann die 5 spielen, könnte Bob die 7 spielen, Ann müsste die 2 spielen, Bob die 3 und wieder hätte Ann verloren.

Übrigens könnte Bob auch nicht gewinnen, wenn er beim Spielstand im Bild an der Reihe wäre …

Dies ist Informatik!

Um die möglichen Spielzüge von Ann und Bob systematisch darzustellen, bietet sich ein sogenannter Spielbaum an:



In diesem Spielbaum lässt sich ablesen, mit welchem Zug Ann sich den Sieg sichern kann: im rechten Ast, der damit beginnt, dass Ann die 7 spielt, sind nur Situationen erreichbar, in denen sie gewinnt. In der sogenannten *Spieltheorie*, einem Spezialgebiet der Mathematik, werden Aussagen über den Ausgang von Spielen betrachtet, bei denen zwei oder mehr Spieler interagieren. Die Informatik beschäftigt sich mit Algorithmen zur Auswertung solcher Spielbäume. Computer mit ausreichender Rechenleistung können in Spielen wie Schach bereits gegen Menschen antreten und gewinnen. Die Spieltheorie bietet aber auch für die Psychologie, die Wirtschaftswissenschaften und andere Fächer Modelle für komplexe Systeme, in denen «Player» interagieren, etwa für das Kaufverhalten von Kunden bei Preisänderungen oder für die Routenwahl im Strassenverkehr.

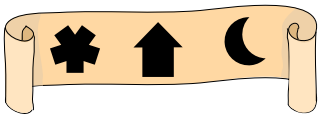
Bei dem Spiel von Ann und Bob handelt es sich um eine Instanz von «COL». Das ist ein Spiel für zwei Spieler, das von Colin Vout eingeführt wurde und im bekannten Buch «On Numbers and Games» des Mathematikers John Horton Conway eine Rolle spielt.

Stichwörter und Webseiten

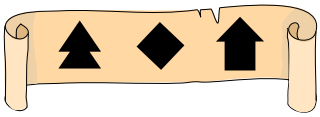
- Spieltheorie: `https://de.wikipedia.org/wiki/Spieltheorie`
- John Horton Conway: `https://de.wikipedia.org/wiki/John_Horton_Conway`

26. Maria auf Schatzsuche

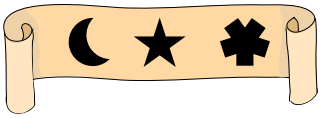
Maria findet eine geheimnisvolle Kiste. Leider ist die Kiste verschlossen. Um sie zu öffnen, muss Maria den «Schlüssel» herausfinden: die richtige Kombination aus drei Symbolen. Zum Glück findet sie neben der Kiste auch diese Hinweise zu einigen falschen Kombinationen:



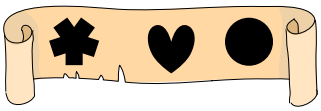
1) Eines der Symbole ist Teil des Schlüssels und an der richtigen Position.



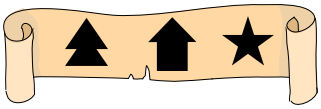
2) Keines der Symbole ist Teil des Schlüssels.



3) Zwei Symbole sind Teil des Schlüssels. Beide sind aber an der falschen Position.



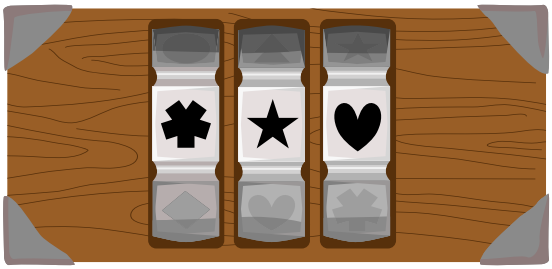
4) Ein Symbol ist Teil des Schlüssels. Dieses ist aber an der falschen Position.



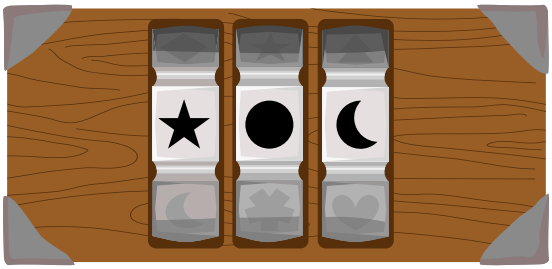
5) Ein Symbol ist Teil des Schlüssels. Dieses ist aber an der falschen Position.

Eine der folgenden Kombinationen ist der Schlüssel für die Kiste. Welche?

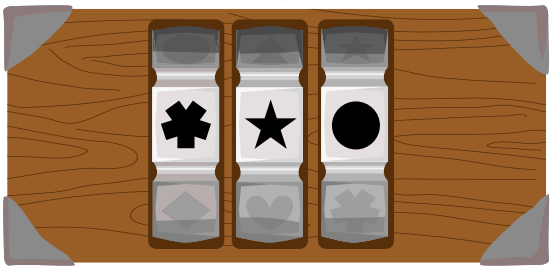
A)



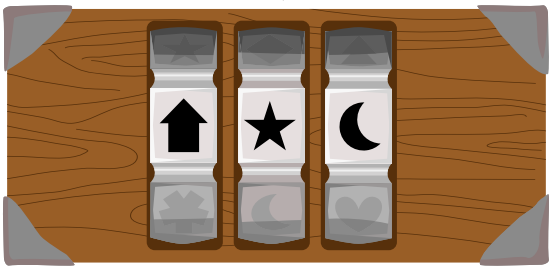
B)



C)



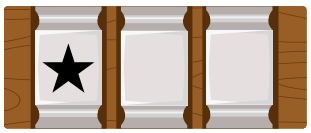
D)



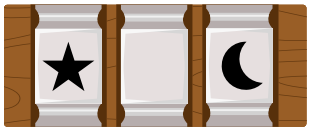
Lösung

Die richtige Antwort ist B).

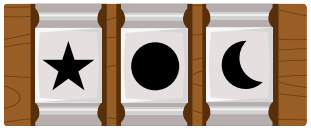
Wir beginnen damit, die Symbole, welche im Schlüssel vorkommen können herauszufinden. Nach Hinweis 2) können wir die Symbole, welche nicht Teil des Schlüssels sein können, entfernen: die Tanne ▲, den Diamanten ◆ und das Haus ⬟. Hinweis 5) gibt an, dass ein Symbol zwar Teil des Schlüssels ist, aber sich an der falschen Position befindet. Da die Tanne ▲ und das Haus ⬟ im Schlüssel nicht vorkommen können, wissen wir, dass der Stern ★ Teil des Schlüssels ist, aber sich an der falschen Position befindet. Hinweis 3) schliesst aus, dass der Stern ★ in der Mitte sein kann. Somit kennen wir die endgültige Position des Sternes:



Da es nur eine Antwortmöglichkeit gibt, welche mit dem Stern beginnt, haben wir den Schlüssel bereits gefunden. Um uns zu überzeugen, suchen wir weiter nach den beiden fehlenden Symbolen. Hinweis 1) zeigt, dass ein Symbol im Schlüssel vorkommt und sich bereits an der richtigen Position befindet. Das Haus ⬟ und die erste Position konnte bereits ausgeschlossen werden. Daher wissen wir, dass sich der Mond an der richtigen Position befindet. Daraus ergibt sich das folgende Bild:



Hinweis 4) zeigt, dass ein Symbol zwar Teil des Schlüssels ist, aber sich an der falschen Position befindet. Das Symbol ♣ können wir ausschliessen. Ausserdem ist nur der mittlere Platz noch frei. Daher kann auch das Herz ♥ nicht Teil des Schlüssels sein. Daraus folgt, dass der Kreis ⬟ die Position in der Mitte einnimmt.



Das richtige Ergebnis kann auch anders ermittelt werden. Jede Möglichkeit führt jedoch zum gleichen Ergebnis.

Dies ist Informatik!

Diese Aufgabe kann logisch gelöst werden zum Beispiel mit Hilfe des «Ausschlussverfahrens». In unserem Fall, haben wir mit Hinweis 2) begonnen und drei Symbole ausgeschlossen, was uns schnell zum Schlüssel führte. Die Prioritätensetzung auf Hinweis 2) könnte man als mentale Strategien, Regel oder Abkürzungen betrachten, die uns halfen, mit begrenztem Wissen und Zeit eine Entscheidung zu treffen. In der Informatik werden solche Regeln als *Heuristiken* bezeichnet, die auch programmiert und automatisiert werden können.

Jeden Tag treffen wir viele kleine Entscheidungen aufgrund von Hinweisen oder müssen verschiedene *(Neben-)Bedingungen* eines Problems verstehen, um es zu lösen. In dieser Aufgabe sind wir den Hinweisen gefolgt und haben das Problem Schritt für Schritt gelöst, um die Kiste zu öffnen.

Wie würde ein Computer dieses Problem lösen? Es gibt insgesamt 336 Möglichkeiten, wie diese acht Symbole an drei Positionen angeordnet werden können. Ein Computer würde sie alle ausprobieren. In der Informatik nennt man dies eine *vollständige Suche*. Die vollständige Suche (auch *Brute-Force* oder *rekursives Backtracking* genannt) ist eine Methode zur Lösung eines Problems, bei dieser der gesamte Suchraum durchlaufen wird. Für uns mag diese Lösung sehr *ineffizient* erscheinen, da wir viel Zeit benötigen würden, um alle Möglichkeiten auszuprobieren (und vergessen würden, was wir bereits ausprobiert haben). Ein Computer kann solche Aufgaben jedoch sehr schnell und damit effizient lösen. Die Symbole im Beispiel könnten auch für ein Passwort stehen. Ein Passwort sollte auch immer so gewählt werden, dass es möglichst viele verschiedene Zeichen enthält, damit auch eine vollständige Suche nicht in angemessener Zeit den Schlüssel ergibt.

Mit Hinweis 2) zu beginnen, daher die Lösungsmöglichkeiten zu minimieren, wird in der Informatik als *Backtracking* bezeichnet. An jedem *Knoten* eines *Baumes* werden die Möglichkeiten, die offensichtlich nicht im Schlüssel vorkommen können, eliminiert. Auf diese Weise werden in jeder Tiefe eines Baumes die Möglichkeiten reduziert.

Stichwörter und Webseiten

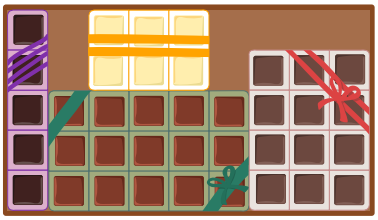
- Heuritstik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Heuristik#Informatik`
- Bedingung: `https://studyflix.de/informatik/bedingungen-und-operatoren-684`
- Brute-Force (vollständige Suche): `https://de-academic.com/dic.nsf/dewiki/204529`
- Effizenz: `https://de.wikipedia.org/wiki/Effizienz_(Informatik)`
- Backtracking: `https://de-academic.com/dic.nsf/dewiki/204529`
- Knoten: `https://de.wikipedia.org/wiki/Knoten_(Graphentheorie)`
- Baum: `https://de.wikipedia.org/wiki/Baum_(Graphentheorie)`

27. Pralinés einpacken

Die Schokoladenfabrik «Castocolat» versendet für eine Werbekampagne an jeden ihrer Kunden vier Schachteln mit Pralinés.

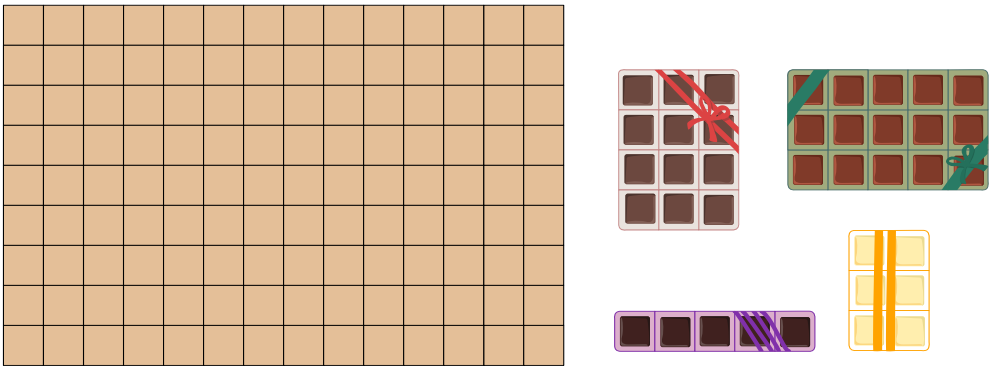
Um Porto und Material zu sparen, soll Linus die vier verschiedenen Schachteln nebeneinander in einen möglichst kleinen Karton legen. Die Schachteln dürfen nicht übereinander gestapelt werden, da die Pralinés sonst zerdrückt werden.

Linus hat die Praliné-Schachteln so in einen Karton für $5 \times 9 = 45$ einzelne Pralinés gelegt.



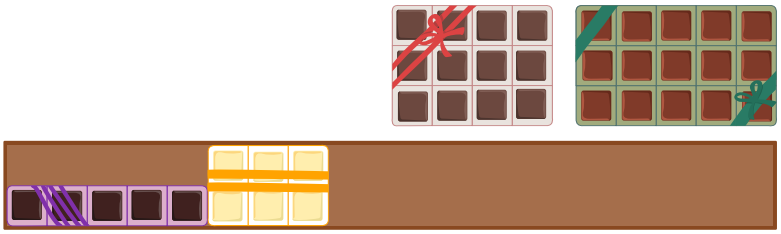
Lina behauptet: «Wenn du die Schachteln anders legst, passen sie in einen kleineren Karton.»

Lege die Schachteln so, dass sie in einen möglichst kleinen Karton passen.



Lösung

Insgesamt sind es $12 + 15 + 6 + 5 = 38$ Pralinés, die Linus in einen Karton legen muss. Ein Karton, in den 38 einzelne Pralinés ohne Leerraum gelegt werden können, müsste entweder die Grösse 1×38 oder 2×19 haben (2 und 19 sind die einzigen Teiler von 38). Die beiden Praliné-Schachteln mit den Grössen 3×4 und 3×5 würden in keinen dieser Kartons passen.



Wählt Linus einen Karton für 39 Pralinés (also mit Leerraum für genau eine weitere Praline) hat dieser entweder die Grösse 1×39 oder 3×13. Die Schachteln 3×5, 3×4, 3×2 passen in den Karton, die Schachtel 1×5 passt aber nicht in den verbleibenden freien Raum der Grösse 2×3.

Ein Karton für 40 Pralinés kann folgende Grössen haben 1×40, 2×20, 4×10, 5×8. In die Kartons mit den Grössen 1×40 oder 2×20 passen nicht alle Schachteln. In die beiden anderen Kartons passen alle vier Schachteln, z.B. so:

Man kann die Schachteln noch zu einigen anderen Anordnungen legen, die in einen Karton für 40 Pralinés passen. Platzsparender als mit Leerraum für 2 Pralinen können diese vier Praliné-Schachteln also nicht gepackt werden.

Dies ist Informatik!

In dieser Biberaufgabe sollen Rechtecke so angeordnet werden, dass das umschliessende Rechteck die minimale Fläche hat. Dieses Problem ist in der Informatik auch als «rectangle packing» bekannt als eines von vielen so genannten Verpackungsproblemen. Für wenige Rechtecke können wir relativ einfach die *optimale* Lösung finden (hier den kleinst möglichen Karton). Bei grösseren Stückzahlen ist es notwendig, den Prozess zu automatisieren; es wird also ein Algorithmus benötigt, der als Computerprogramm realisiert werden kann. Leider ist «rectangle packing», wie viele andere Verpackungsprobleme auch, *NP-vollständig*. Das heisst, dass es für das Problem sehr wahrscheinlich keinen *effizienten Algorithmus* gibt, der optimale Lösungen findet. In der Informatik werden für NP-

vollständige Probleme deshalb effiziente Algorithmen entwickelt, die zwar nicht garantiert optimale, aber nachweisbar gute Lösungen finden können.

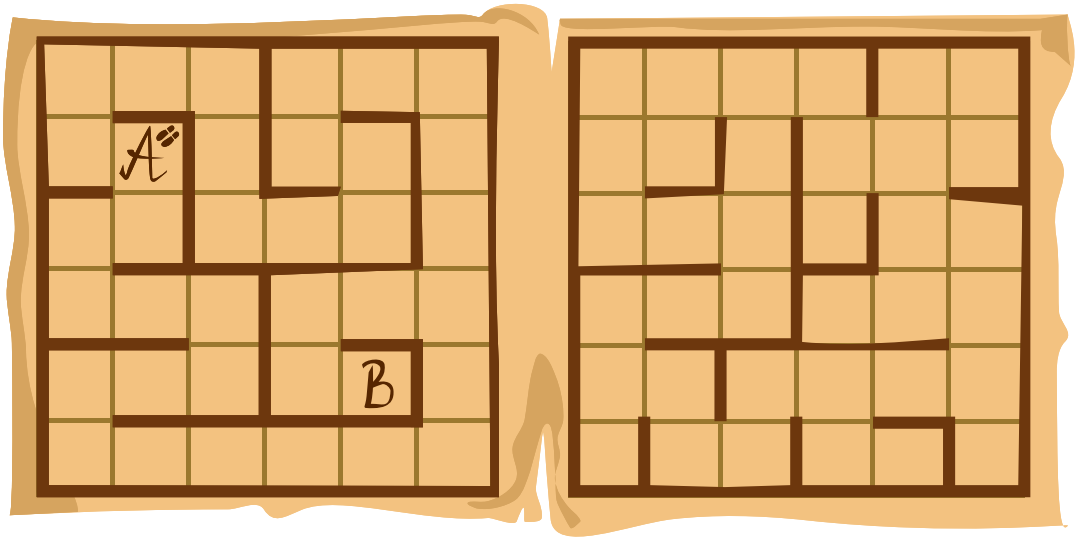
Unter anderem für Logistikunternehmen sind effiziente Lösungsansätze für Probleme solcher Art von grosser Bedeutung, z. B. zum Einlagern in Hochregalen, fürs platzsparende Verpacken von Waren, oder zur Verteilung von Waren auf Container. Ausserdem können scheinbar andersartige Probleme als Verpackungsprobleme beschrieben werden. Ein Arbeitsprozess, den N Arbeitskräfte in M Stunden bewältigen können, kann zum Beispiel als $N \times M$ Rechteck dargestellt werden. Mehrere Prozesse kann man also mit möglichst geringem Aufwand an Personen und Zeit bewältigen, wenn man für die entsprechenden Rechtecke das «rectangle packing» Problem optimal löst.

Stichwörter und Webseiten

- NP-Vollständigkeit: `https://de.wikipedia.org/wiki/NP-Vollständigkeit`
- Optimierung: `https://de.wikipedia.org/wiki/Optimierung_(Mathematik)`
- Effizienter Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Effizienz_(Informatik)`

28. Zauberschule

Die Zauberschule hat zwei Stockwerke. Die Stockwerke liegen genau übereinander. Beide sind in Felder eingeteilt, und es gibt Wände zwischen einigen Feldern:



Zauberschüler Ron braucht 1 Sekunde, um auf dem gleichen Stockwerk von einem Feld zum nächsten zu gehen. Leider hat Ron vergessen, wie er durch Wände gehen kann. Er kann aber von einem Stockwerk zum entsprechenden Feld des anderen Stockwerks kommen; dazu braucht er 5 Sekunden.

Ron möchte von Feld A zu Feld B gelangen, und zwar so schnell wie möglich.

Wie viele Sekunden braucht Ron dazu mindestens?

A) 6 Sekunden

B) 16 Sekunden

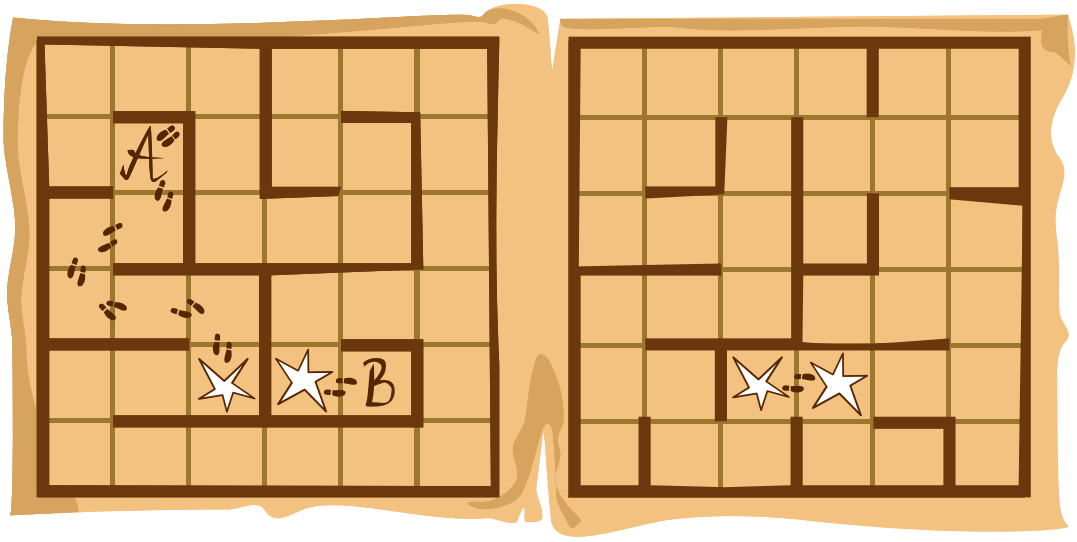
C) 18 Sekunden

D) 20 Sekunden

Lösung

Antwort C) 18 Sekunden ist richtig.

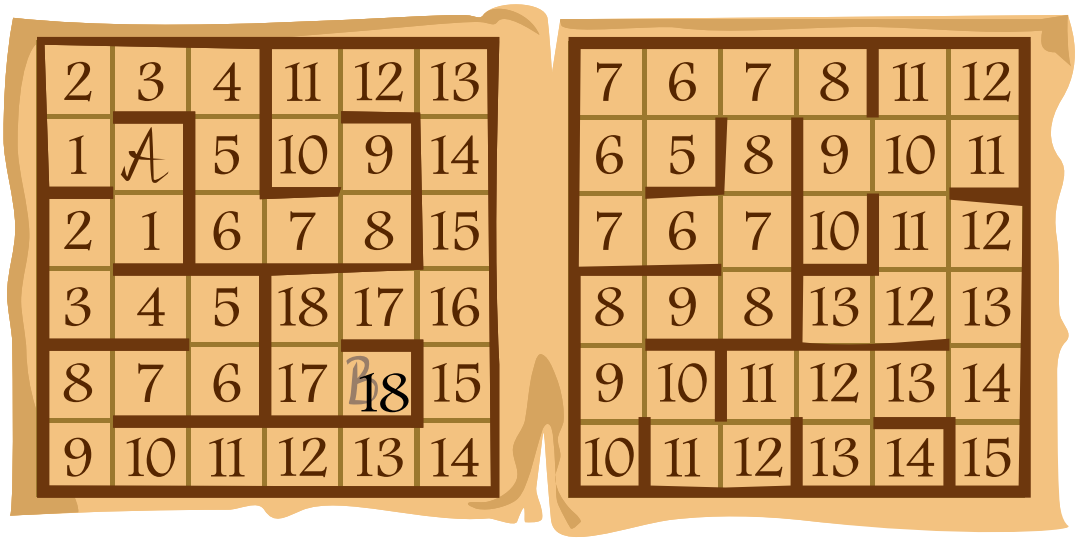
So kann Ron in 18 Sekunden von A nach B gelangen:



Aber ist das der schnellste Weg? Die «kürzesten Zeiten» die Ron benötigt, um von Feld A aus zu irgendeinem anderen Feld zu gelangen, kann man nach und nach so berechnen:

Für Feld A beträgt die kürzeste Zeit offensichtlich 0 Sekunden. Dann geht es schrittweise so weiter: Von allen Feldern, für die bereits eine kürzeste Zeit eingetragen ist, wählt man das mit dem geringsten Wert. (Ganz am Anfang wählt man also Feld A.) Von diesem gewählten Feld aus betrachtet man alle möglichen nächsten Felder und überlegt, wie man vom gewählten Feld am schnellsten dort hin kommt; die berechneten Zeiten trägt man bei den nächsten Feldern ein. Dabei kann es passieren, das eine vorher eingetragene Zeit verbessert wird. Das gewählte Feld darf danach nicht mehr betrachtet werden; es kann also in den nächsten Schritten nicht mehr gewählt werden.

Hier sind die kürzesten Zeiten, die mit dieser Methode berechnet werden, ausgehend von Feld A:



Ron braucht also wirklich mindestens 18 Sekunden, um von Feld A zu Feld B zu gelangen. 6 Sekunden (Antwort A)wäre die Dauer des kürzesten Weges, wenn es keine Wände zwischen den Feldern gäbe. Wenn Ron dann trotzdem einmal zwischen den Stockwerken hin und her wechselte, würden 16 Sekunden (Antwort B) daraus. Gäbe es nur das Stockwerk mit den Feldern A und B, wären 20 Sekunden (Antwort D) die kürzeste Zeit für den Weg von A nach B.

Dies ist Informatik!

Schnellste oder kürzeste Wege müssen recht häufig berechnet werden; ein offensichtliches Beispiel ist die Routenplanung in modernen Karten-Apps. Das Problem wird deutlich vereinfacht, wenn die Wege aus einzelnen Schritten zwischen benachbarten Punkten bestehen und für alle diese Schritte bekannt ist, wie viel sie «kosten»: Zeit, Geld, Energieverbrauch – was auch immer die für das aktuelle Problem wichtige Grösse ist. In diesem Fall lassen sich Punkte, Schritte und die Kosten der Schritte zu einem *Graph* abstrahieren, in dem Schritte zu Wegen zusammengesetzt werden können. Für Graphen sind in der Informatik viele Algorithmen bekannt, mit denen *kürzeste Wege* effizient berechnet werden können. Einer davon wurde vom Informatiker Edsger Dijkstra erfunden; dieser *Dijkstra-Algorithmus* kam oben bei der Erklärung der richtigen Antwort zum Einsatz.

Auch beim Entwurf von Schaltkreisen für Computer spielen kürzeste Wege eine wichtige Rolle. Dabei müssen Schaltpunkte mit möglichst geringen Kosten miteinander verdrahtet werden. Moderne Schaltkreise bestehen aus mehreren Ebenen, und eine Verdrahtung zwischen zwei Ebenen ist teurer als eine (ansonsten vergleichbare) Verdrahtung auf der gleichen Ebene – ähnlich zum Wechsel zwischen den Stockwerken in dieser Biberaufgabe, der teurer ist als ein Schritt auf dem gleichen Stockwerk.

Stichwörter und Webseiten

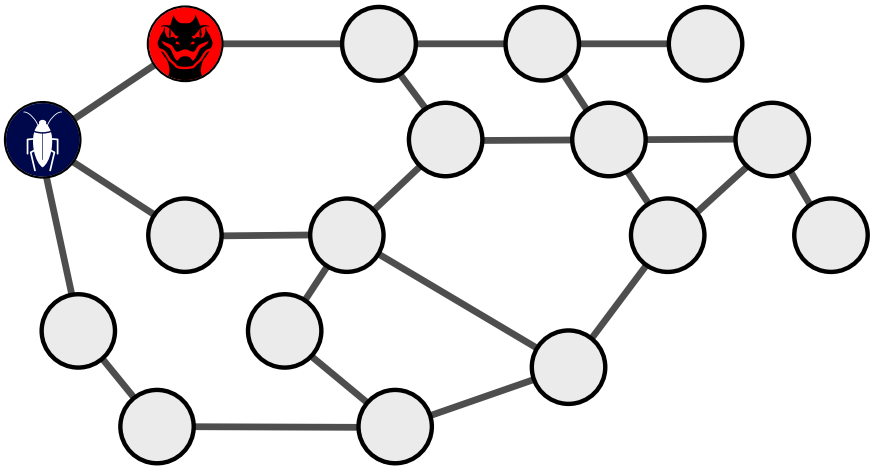
- Graph: `https://de.wikipedia.org/wiki/Graph_(Graphentheorie)`
- Kürzester Pfad: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kürzester_Pfad`
- Edsger Dijkstra: `https://de.wikipedia.org/wiki/Edsger_W._Dijkstra`
- Dijkstra-Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Dijkstra-Algorithmus`

29. Virus

In einem Computernetz haben sich zwei Netzknoten mit Computerviren infiziert: einer mit dem Virus BlueBug, ein anderer mit dem Virus RedRaptor. Immer am Morgen breiten sich beide Viren aus. Jedes Virus infiziert dann zusätzlich alle Knoten, die mit den von ihm bereits infizierten Knoten direkt verbunden sind. Wenn ein Knoten mit beiden Viren infiziert ist, schaltet er nach einigen Stunden wegen Überlastung ab. Die Viren können sich an den folgenden Tagen von dort also nicht weiter ausbreiten.

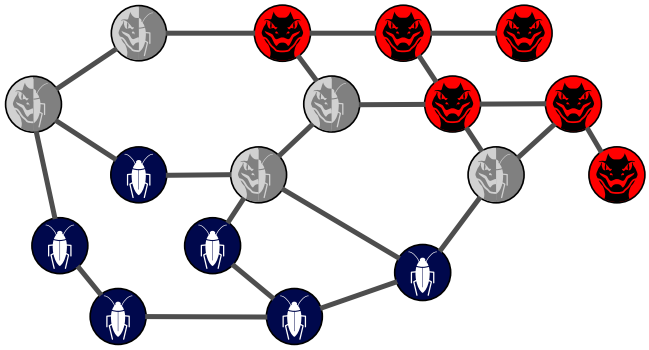
Unten siehst du das Computernetz mit den Knoten und ihren direkten Verbindungen. Die beiden zu Beginn infizierten Knoten sind markiert. Nach einigen Tagen sind alle Knoten mit einem Virus infiziert oder sogar abgeschaltet.

Welche Knoten sind dann mit welchem Virus infiziert oder abgeschaltet?

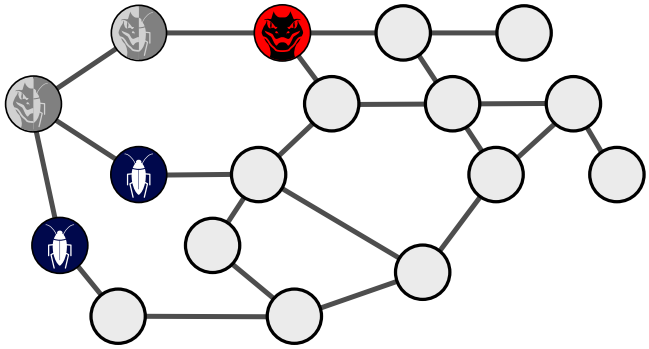


Lösung

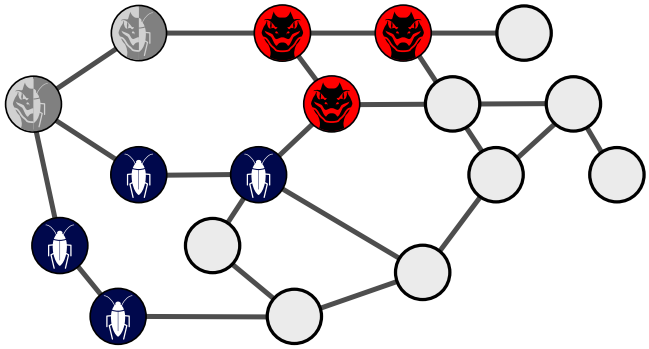
Nach 5 Tagen sind alle Netzwerkknoten infiziert oder abgeschaltet. Dies ist die richtige Lösung:



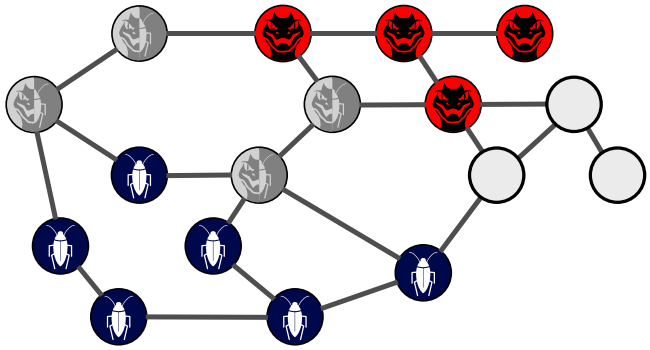
Nach 1 Tag sind fünf Netzknoten infiziert. Die beiden zu Beginn infizierten Knoten sind nun mit beiden Viren infiziert und deswegen abgeschaltet:



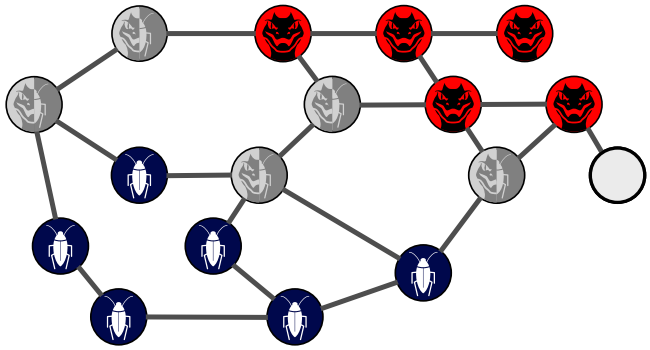
Nach 2 Tagen sind vier weitere Knoten infiziert:



Nach 3 Tagen sind zwei Knoten doppelt infiziert und nun ebenfalls abgeschaltet. Zudem sind drei weitere Knoten mit «BlueBug» und zwei mit «RedRaptor» infiziert:



Nach 4 Tagen ist ein weiterer Netzwerkknoten ausgeschaltet. «BlueBug» kann sich nun nicht mehr weiter ausbreiten.



Am 5. Tag wird der letzte Knoten mit dem «RedRaptor» infiziert.

Dies ist Informatik!

In Computernetzen stellen Viren und andere Schadsoftware eine grosse Bedrohung dar. Sie beeinflussen nicht nur die Leistungsfähigkeit der betroffenen Computer, häufig haben sie noch eine «Nutzlast» (*payload*), die zusätzlichen Schaden anrichtet. In manchen Fällen werden beispielsweise übertragene Daten mitgelesen und so sensible Informationen wie Passwörter oder Benutzerdaten herausgefunden und an einen Auftraggeber übermittelt. In einigen Fällen werden vom Virus Daten auf dem befallenen Computer verschlüsselt. Will der Benutzer wieder auf seine Daten zugreifen, muss er erst einen Geldbetrag auf ein anonymes Konto überweisen. Manchmal werden Gruppen infizierter Computer von Kriminellen ferngesteuert, um Angriffe auf andere Computer durchzuführen (*Botnet*).

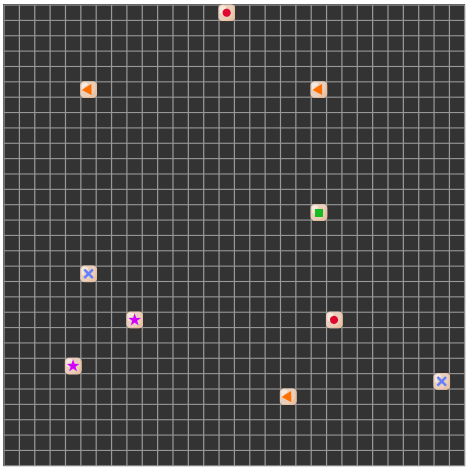
Dass ein Virus einen Computer ganz lahmlegt, ist normalerweise vom Urheber des Virus nicht beabsichtigt, denn dadurch wird die Verbreitung des Virus gestoppt. Manche Viren werden aber gezielt für Sabotage und Cyberkrieg (*Cyberwarfare*) entwickelt. Dadurch können betroffene Computer sogar dauerhaft beschädigt werden.

Die Einspielung aktueller Sicherheitsupdates ist eine wichtige Voraussetzung für die Abwehr von Viren, Antivirusprogramme können den Schutz verbessern, sind aber in manchen Betriebssysteme schon enthalten, sodass eventuell kein zusätzliches Programm erforderlich ist. Regelmässige Datensicherungen und Wachsamkeit im Bezug auf ungewöhnliches Verhalten des Systems sind aber unabdingbar.

Stichwörter und Webseiten

- Computernetz: `https://de.wikipedia.org/wiki/Rechnernetz`
- Virus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Computervirus`
- Payload: `https://de.wikipedia.org/wiki/Computervirus#Payload`
- Botnet: `https://de.wikipedia.org/wiki/Botnet`
- Cyberwarfare: `https://de.wikipedia.org/wiki/Cyberkrieg`

30. Boden bemalen



Der Boden eines quadratischen Raumes ist in 30×30 Felder unterteilt. Auf zehn Feldern liegen Chips mit solchen farbigen Symbolen: ●, ✕, ◀, ■ und ★.

Ein Roboter soll den Boden mit diesen Symbolen bemalen, Feld für Feld. Er hat dafür vier verschiedene Regeln. Auf einem Feld, auf dem kein Chip liegt, malt er …

1 … das Symbol des Chips, der ihm am nächsten ist.

2 … das Symbol des Chips, der am weitesten von ihm entfernt ist.

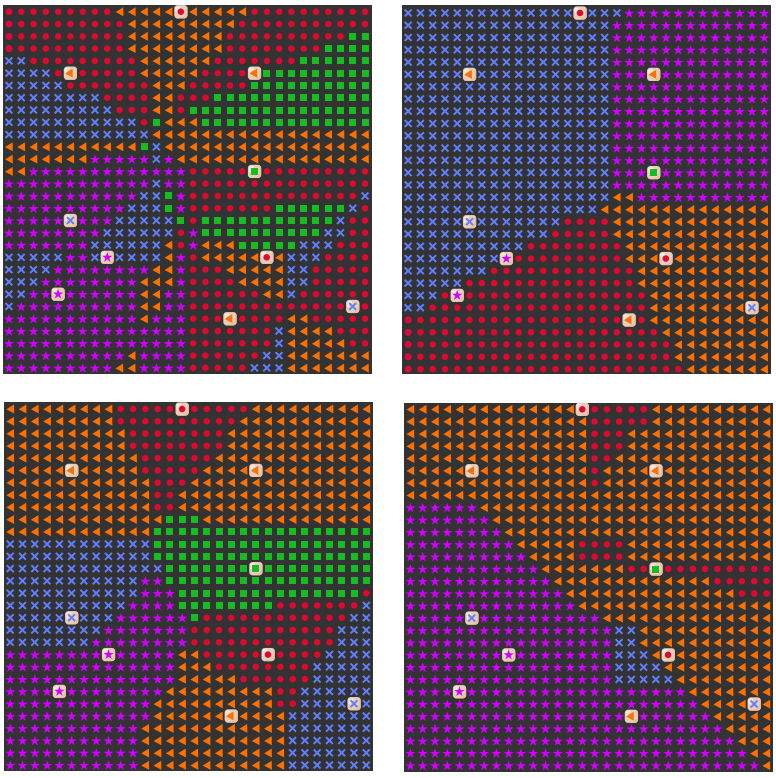
3 … das Symbol des Chips, der ihm am zweitnächsten ist.

4 … das Symbol, das bei den 6 am nächsten liegenden Chips am häufigsten vorkommt.

Der Roboter bemalt alle Felder nach derselben Regel. Wenn die Regel für ein Feld mehrere mögliche Symbole ergibt, sucht der Roboter sich zufällig eines davon aus.

Unten siehst du für jede Regel, wie der Boden am Ende jeweils bemalt ist.

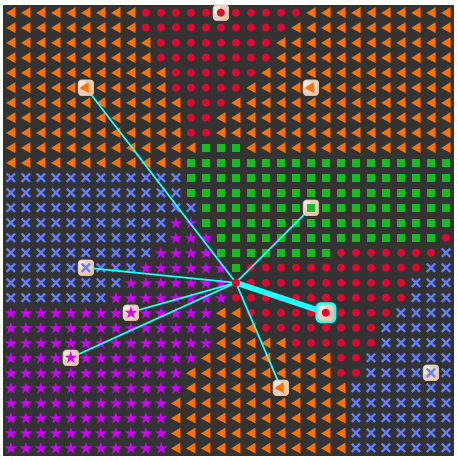
Welcher Boden passt zu welcher Regel? Ordne die Regeln den Böden zu.



Lösung

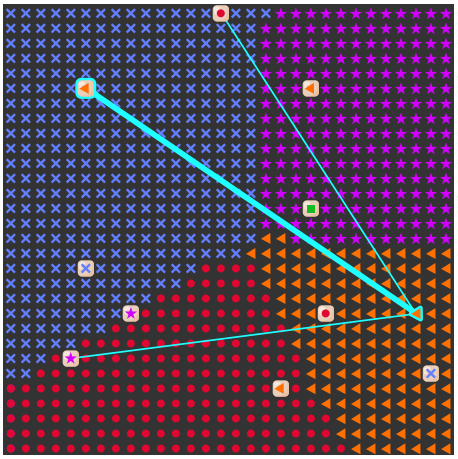
Da alle Felder eines Bodens nach derselben Regel bemalt werden, genügt es, jeweils ein Feld zu überprüfen. Für jeden Boden betrachten wir ein anderes Feld:

Regel 1



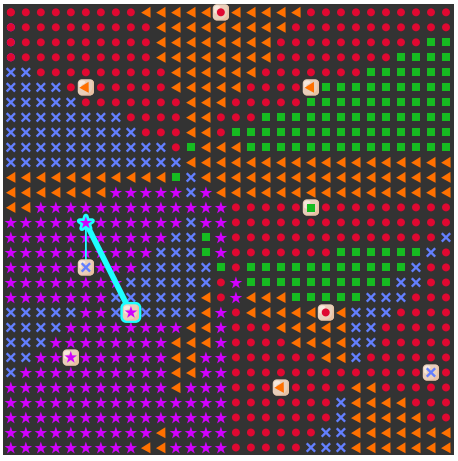
Feld ist mit ● bemalt, weil ein Chip ● am nächsten liegt.

Regel 2



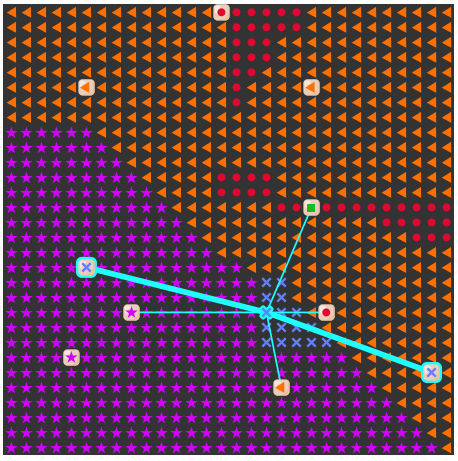
Feld ist mit ◀ bemalt, weil ein Chip ◀ am weitesten von entfernt ist.

Regel 3



Feld ist mit ★ bemalt, weil ein Chip ★ am zweitnächsten liegt.

Regel 4



Feld ist mit ✕ bemalt, weil dieses ✕ bei den 6 am nächsten liegenden Chips am häufigsten vorkommt.

Dies ist Informatik!

Teilungen einer Ebene sowie deren *algorithmische* Konstruktion spielen in verschiedenen Bereichen der Informatik eine wichtige Rolle, zum Beispiel bei Simulationen und in der Computergrafik.

Voronoi-Diagramme, benannt nach dem ukrainischen Mathematiker Georgi Feodosjewitsch Woronoi (*1868 - †1908), unterteilen eine Ebene in Regionen rund um sogenannte *Zentren*. Alle Punkte einer Region liegen keinem anderen Zentrum näher als dem eigenen. Das Ergebnis der Regel 1 ist ein Voronoi-Diagramm. Diese Diagramme kommen häufig in Situationen der realen Welt vor, beispielsweise in der Mobilfunkversorgung. Oder man nutzt sie in der Analyse von Fussballspielen oder anderem sozioökonomischen Verhalten, etwa den Beziehungen zwischen der Bevölkerung und den nächstgelegenen Schulen, Krankenhäusern oder bestimmten Dienstleistern.

Der Meteorologe Alfred H. Thiessen (*1872 - †1956) entwickelte 1911 mit Hilfe der Voronoi-Diagramme ein Verfahren die Durchschnittswerte (z. B. Niederschlagsmengen) von Gebieten realitätsgetreuer zu bestimmen. Den Durchschnitt der Messwerte der Messstationen bestimmt er nicht rein durch die Anzahl der Messtationen, sondern ermittelt anhand des Voronoi-Diagramms zuerst die Fläche, worauf sich die Messwerte beziehen. Dadurch entsteht eine unterschiedliche Gewichtung der lokalen Messwerte.

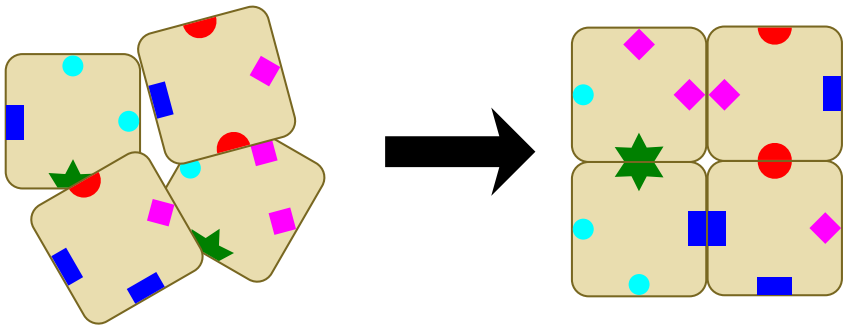
Stichwörter und Webseiten

- Algorithmus: `https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus#Informatik_und_Mathematik`
- Voronoi-Diagramme: `https://de.wikipedia.org/wiki/Voronoi-Diagramm`

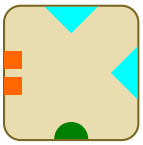
31. Vier von fünf Karten

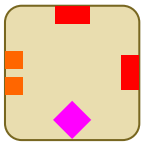
Du sollst vier Karten so zu einem Quadrat legen, dass je zwei sich berührende Ränder dasselbe Symbol haben.

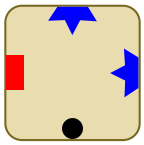
Die folgenden vier Karten lassen sich beispielsweise als ein solches Quadrat legen:

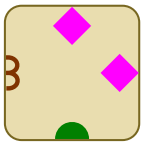


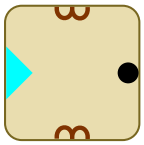
Aus vier der fünf folgenden Karten kannst du ein solches Quadrat legen. Welche kannst du nicht verwenden?

A) 

B) 

C) 

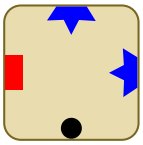
D) 

E) 

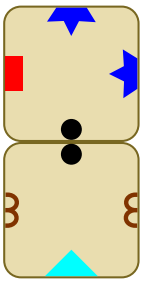
Lösung

Es gibt $\binom{5}{4} \cdot 4! \cdot 4^4 = 30720$ verschiedene Möglichkeiten, vier von den fünf Karten auszuwählen und hinzulegen. Selbst wenn man bedenkt, dass es durch Drehsymmetrie mindestens vier Lösungen gibt, sind das viel zu viele, um sie alle auszuprobieren.

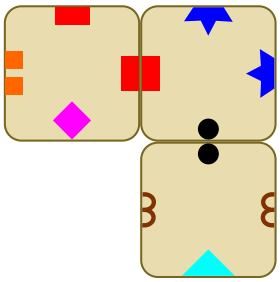
Daher sollte man sich zuerst die Verteilung der Symbole auf den Karten anschauen. Dabei fällt auf, dass der blaue halbe Stern  nur auf der Karte C) vorkommt. Da er zudem gleich zweimal und zwar über Eck vorkommt, können die zwei anderen Karten nur links und unten angelegt werden, wenn man die Orientierung nicht ändert (was bei der ersten Karte auch unnötig ist).



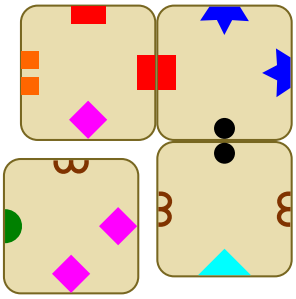
Des weiteren gibt es nur eine weitere Karte mit einem schwarzen Kreis ●, die darunter gelegt werden muss, nämlich die Karte E):



Für das rote Rechteck  gibt es ebenfalls nur eine Karte, nämlich die Karte B). Diese enthält zwar rote Rechtecke an zwei Stellen, aber da es keine weitere Karte mit roten Rechtecken gibt, muss sie so gedreht werden, dass das zweite rote Rechteck oben und nicht unten ist. Denn sonst müsste ja darunter eine Karte angelegt werden, die ein rotes Rechteck hat, und solch eine gibt es nicht:

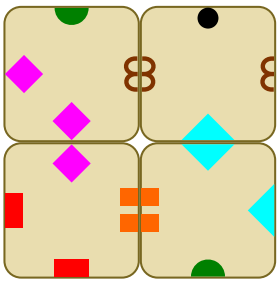


Als letztes braucht es nun eine Karte mit einem magentafarbenen Quadrat  und zwei braunen Halbkreisen  . Die Karte D) hat sogar diese Symbole, sie sind jedoch in der falschen Reihenfolge: die beiden braunen Halbkreise müssten im Uhrzeigersinn nach dem magentafarbenen Quadrat kommen, es ist aber genau umgekehrt.



Da für alle Karten keine Alternativen vorlagen, ist hiermit gezeigt, dass mit der Karte C) mit den beiden blauen halben Sternen kein Quadrat gelegt werden kann, das die Bedingungen erfüllt.

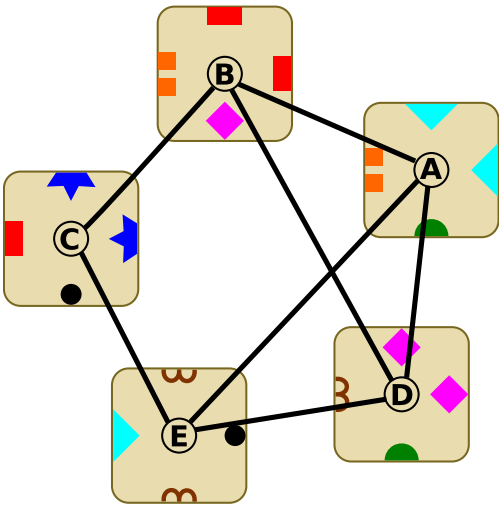
Aus den anderen Quadraten lässt sich jedoch ein solches Quadrat legen:



Damit ist auch gezeigt, dass die Karte C) die einzige ist, mit der kein solches Quadrat gelegt werden kann und C) ist die richtige Antwort.

Dies ist Informatik!

Wenn zwei Karten dasselbe Symbol aufweisen, können sie aneinander gelegt werden. Das kann man mit Hilfe eines *Graphen* darstellen: die Karten stellen die *Knoten* dar, wenn es ein gemeinsames Symbol gibt, dann existiert eine *Kante*. Für die fünf Karten dieser Aufgabe sieht der Graph so aus:

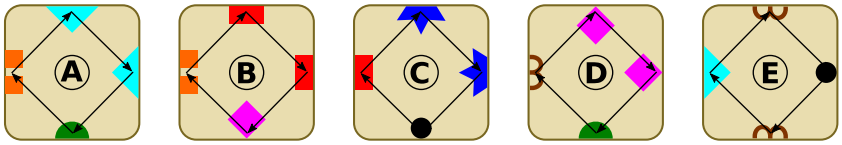


Wenn vier Karten als Quadrat gelegt werden, so dass immer genau zwei Karten dasselbe Symbol aufweisen, bedeutet das, dass in dem Graphen ein Rundweg mit genau vier Karten gegangen werden

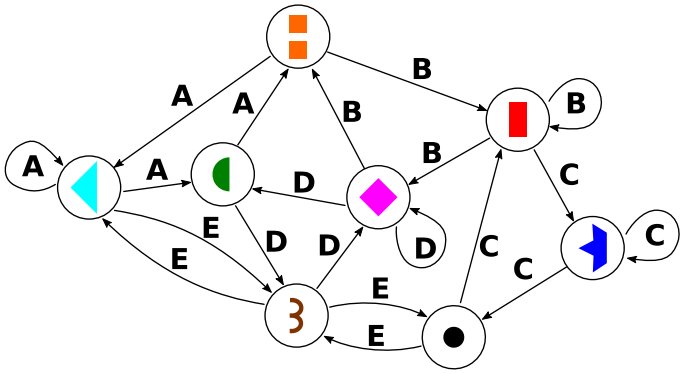
kann, also beispielsweise von A zu E zu C zu B und wieder zurück zu A. Wir kürzen einen solchen Weg mal als A-E-C-B-A ab und meinen damit auch alle anderen Rundwege, die diese Reihenfolge einhalten, also auch E-C-B-A-E, C-B-A-E-C und B-A-E-C-B.

In dem Graphen gibt es genau drei Rundwege mit vier Karten: den bereits erwähnten Rundweg A-E-C-B-A, A-E-D-B-A und B-D-E-C-B. Das reduziert die Anzahl der möglichen Lösungen von $\binom{5}{4} \cdot 4! \cdot 4^4 = 30720$ (respektive 7680, wenn man die Drehsymmetrie weglässt) auf 12 (respektive 3, wenn man die Drehsymmetrie weglässt). Diese können schnell überprüft werden und die richtige Lösung gefunden werden (A-E-D-B-A).

Es ist auch möglich, einen Graphen zu verwenden, bei dem Symbole die Knoten darstellen. Dazu muss man die Reihenfolge der Symbole innerhalb einer Karte einheitlich definieren, zum Beispiel im Uhrzeigersinn:



Im Graphen existiert dann eine gerichtete Kante zwischen zwei Symbolen, wenn sie auf einer Karte im Uhrzeigersinn benachbart sind:



Eine Lösung der Aufgabe ist nun genau dann gegeben, wenn man einen Rundweg findet, der über genau vier Kanten geht. Das wäre der Rundweg ■■ - ▲ - ᔓ - ◆ - ■■, der über die Kanten A, E, D und B geht, also unserer Lösung entspricht.

Dieser Vorgang, bei dem man sich auf das Wesentliche konzentriert und Unwichtiges weglässt, nennt man Abstraktion. In diesem Fall ermöglicht diese Abstraktion ein viel schnelleres Erkennen der richtigen Lösung.

Stichwörter und Webseiten

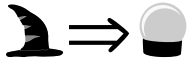
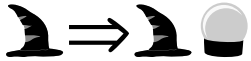
- Graph: `https://de.wikipedia.org/wiki/Graph_(Graphentheorie)`
- Knoten: `https://de.wikipedia.org/wiki/Knoten_(Graphentheorie)`
- Kante: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kante_(Graphentheorie)`

32. Zauberland

Im Zauberland gibt es vier verschiedene magische Objekte:

Zauberhüte, Kristallkugeln, Zauberbücher und Zaubertränke.

Zauberhüte und Kristallkugeln können jeweils auf zwei verschiedene Weisen verwandelt werden. Die Tabelle zeigt, was dabei aus den Objekten entsteht – genau an der Stelle, wo sie vorher waren, und genau in der gezeigten Anordnung:

aus . . .	**entsteht**
	
	
	
	

Verwandlungen können beliebig oft und in beliebiger Reihenfolge passieren. So kann aus einem einzigen magischen Objekt eine lange Anordnung von Objekten entstehen.

Welche Anordnung kann aus einem einzigen Zauberhut NICHT entstehen?

A) 

B) 

C) 

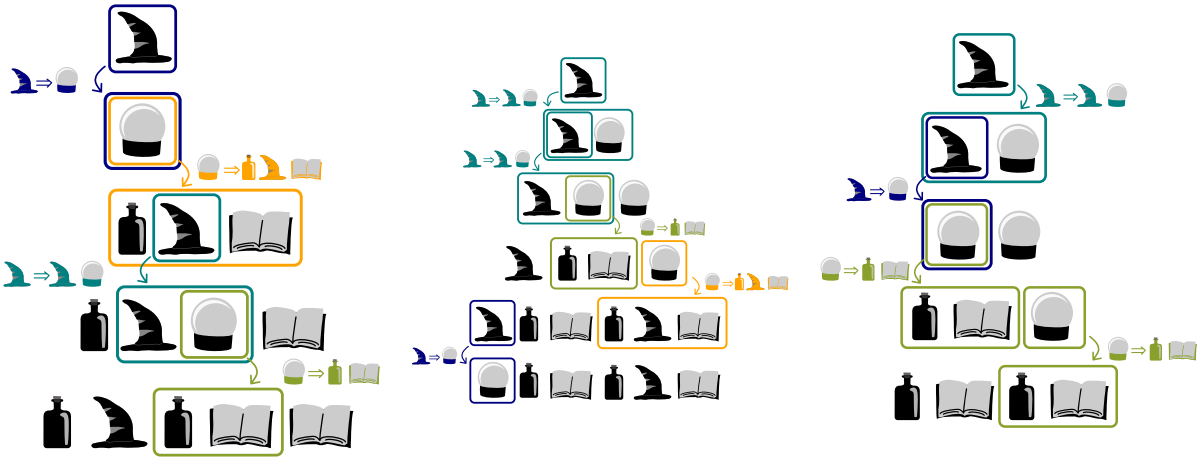
D) 

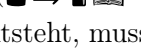
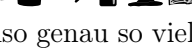
Lösung

Antwort B) ist richtig: 

Aus einem einzigen Zauberhut können die Anordnungen der Antworten A, C und D entstehen:

Antwort A **Antwort C** **Antwort D**



Die Anordnung in Antwort B kann nicht entstehen. Sie enthält unterschiedlich viele Zauberbücher ($2 \times$ ) und Zaubertränke ($3 \times$ ). Aber immer, wenn bei einer Verwandlung ein Zaubertrank entsteht, entsteht gleichzeitig auch ein Zauberbuch ( und ). In jeder Anordnung, die im Zauberland durch Verwandlungen entsteht, muss es also genau so viele Zauberbücher wie Zaubertränke geben. Die Anordnung in Antwort B) kann also nicht entstehen, weder aus einem Zauberhut noch aus einer Kristallkugel.

Dies ist Informatik!

Wenn die Kristallkugeln und Zauberhüte aus dieser Biberaufgabe immer wieder verwandelt werden, entstehen immer wieder andere Anordnungen. Weil bei den Verwandlungen auch immer wieder neue Kristallkugeln und Zauberhüte entstehen, können unendlich viele Anordnungen entstehen. Es ist also nicht möglich, alle Anordnungen, die mit Hilfe der Verwandlungen entstehen können, aufzuschreiben. Aber das ist auch nicht nötig, denn die Menge der Anordnungen ist durch die Verwandlungen selbst genau festgelegt.

Noch bevor es Computer gab, ist die Idee entstanden, unendliche Mengen von Anordnungen mit Hilfe einer vergleichsweise kleinen und jedenfalls endlichen Menge von Verwandlungen zu beschreiben. In der Informatik heissen die Verwandlungen *Ersetzungsregeln*, Regelmengen heissen *Grammatiken*, und die Mengen, die sie definieren, werden konsequenterweise als *Sprache* bezeichnet. Eine zentrale Rolle bei diesen *formalen Sprachen* der Informatik spielt das Entscheidungsproblem: Gehört eine Anordnung von Objekten zur Sprache (also: kann es durch Anwendung der Regeln entstehen) oder nicht?

Beim Beantworten dieser Biberaufgabe musstest du dieses Problem für vier Anordnungen lösen. Zum Glück fällt die Zauberland-Grammatik in die Klasse der *kontextfreien Grammatiken*: Kristallkugeln und Zauberhüte können sich verwandeln, ohne zu beachten, welche Dinge sich um sie herum, also in ihrem Kontext, befinden. Für kontextfreie Grammatiken ist das *Entscheidungsproblem* generell gut lösbar, weshalb sie in der Informatik sehr beliebt sind, zum Beispiel um Programmiersprachen zu beschreiben.

Stichwörter und Webseiten

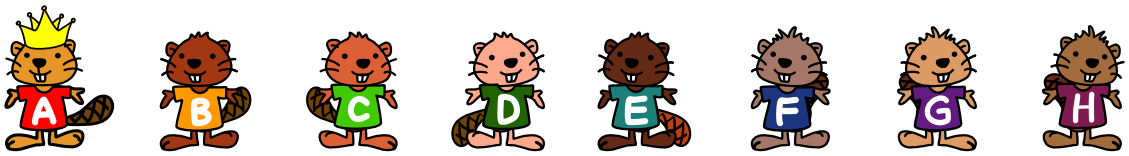
- Ersetzungsregeln: `https://de.wikipedia.org/wiki/Produktionsregel`
- Kontextfreie Sprache: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kontextfreie_Sprache`
- Kontextfreie Grammatik: `https://de.wikipedia.org/wiki/Kontextfreie_Grammatik`
- Formale Sprache: `https://de.wikipedia.org/wiki/Formale_Sprache`
- Entscheidungsproblem: `https://de.wikipedia.org/wiki/Entscheidbar`

33. Bibercup

Am Bibercup nehmen 8 Biber teil. Es gibt drei Runden. In jeder Runde sammelt jeder Biber Punkte.

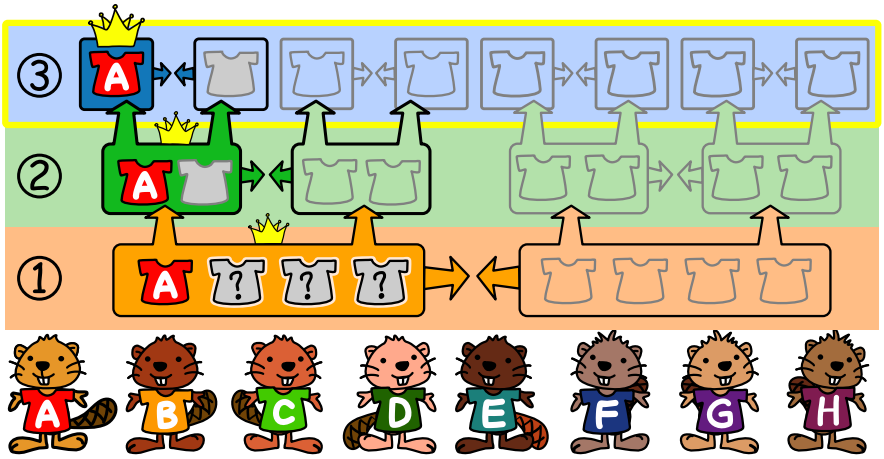
- Runde ①: 2 zufällige Teams aus je 4 Bibern werden gebildet. Die Punkte der einzelnen Biber werden aufsummiert. Das Team mit den meisten Punkten gewinnt und schafft es in die Runde ②. Die Verlierer spielen weiter und machen die Plätze 5 bis 8 unter sich aus.
- Runde ②: Diese wird mit denselben Regeln durchgeführt. Die Teams bestehen jetzt aus 2 Bibern. Die Gewinner kommen ins Finale. Die Verlierer spielen weiter und machen die Ehrenplätze unter sich aus.
- Runde ③: Das Finale! Es treten keine Teams, sondern 2 einzelne Biber gegeneinander an.

Biber Ada ist die Gewinnerin des Bibercups. Im Folgenden findest du die Punkte, die jeder Biber in jeder Runde erzielt hat.



Name	Ada	Brown	Candy	Daisy	Eden	Funny	George	Hugh
①	15	16	19	18	17	20	19	19
②	20	27	30	24	28	24	30	30
③	10	14	11	15	16	13	9	12

Welche drei Biber waren in Adas Team in Runde ①?



Lösung

Die drei Teamkollegen von Ada in Runde ① waren Daisy, Funny und George.

Das Finale wird einzeln ausgetragen. George ist der einzige Biber, der weniger Punkte als Ada hat. In Runde ② müssen sie demnach im selben Team gewesen sein.

In Runde ② haben sie zusammen 50 Punkte erreicht. Dieser Wert muss höher sein als die Gesamtpunktzahl des anderen Zweierteams. Die beiden Biber Daisy und Funny sind das einzige Paar, dessen Punktsumme kleiner als 50 ist. Deshalb müssen sie in Runde ① in demselben Team gewesen sein wie Ada und George.

Da wir jetzt alle vier Biber in Adas Team in Runde ① gefunden haben, kennen wir auch die Zusammensetzung des zweites Teams in Runde ①.

In Runde ① hat das Team (Ada, Daisy, Funny, George) 72 Punkte erreicht. Das andere Team (d.h., Brown, Candy, Eden, Hugh) hatte nur 71 Punkte. Adas Team hat gewonnen.

In Runde ② haben (Ada, George) 50 Punkte erreicht, während (Daisy, Funny) nur auf 48 Punkte kommen konnten. In Runde ③, d.h. im Finale, gewinnt Ada mit 10 Punkten zu 9 Punkten gegen George. Ada gewinnt den Bibercup.

Dies ist Informatik!

Um diese Aufgabe zu lösen, können wir alle mögliche Teams in der ersten Runde systematisch bilden. Kennt man eines der zwei Teams, ist auch das zweite Team bekannt. Insgesamt existieren $\binom{7}{3} = 35$ Kombinationen. Für jede dieser Kombinationen müssen wir dann die Resultate in Runde ①, in Runde ② und im Finale betrachten, bevor wir entscheiden können, welche die Teamkolleginnen und Kollegen von Ada in Runde 1 tatsächlich waren. Das kostet sehr viel Zeit.

Um eine Aufgabe wie diese zu lösen, streben Informatikerinnen und Informatiker nach effizienteren Ansätzen. Statt vorwärts, d.h. von der ersten bis zur dritten Runde vorzugehen, kann man auch rückwärts die korrekte Lösung herleiten. Dies kann sogar sehr schnell gehen, wie wir in der obigen Erklärung bereits feststellen konnten.

Diese Methode trägt den Namen *Rückwärtssuche*. Sie wird in Situationen verwendet, in denen eine Lösung gesucht wird, die bestimmte Bedingungen erfüllen muss. In einigen Fällen wird eine *Vorwärts-* und eine Rückwärtssuche kombiniert, um eine Lösung zu finden.

Die Vorwärtssuche und die Rückwärtssuche sind zwei allgemeine Problemlösestrategien. Sie werden eingesetzt, um Problemen in allen Disziplinen, nicht nur in der Informatik, zu lösen.

Stichwörter und Webseiten

- Vorwärtssuche: `https://de.wikipedia.org/wiki/Dijkstra-Algorithmus`
- Rückwärtssuche: `https://de.wikipedia.org/wiki/A*-Algorithmus`

- Kombination von Vorwärts- und Rückwärtssuche:
  `https://de.wikipedia.org/wiki/Bidirektionale_Suche`
- Problemlösestrategien:
  `https://www.spektrum.de/lexikon/psychologie/problemloesen/11860`

A. Aufgabenautoren

Gulgun Afacan
Esraa Almajhad
Waël Almoman
Leo Barichello
Liam Baumann
Wilfried Baumann
Linda Björk Bergsveinsdóttir
Tobias Berner
Daniela Bezáková
Graeme Buckie
Marta J. Burzanska
Sarah Chan
Byeonggyu Cho
Kris Coolsaet
Darija Dasović
Christian Datzko
Susanne Datzko
Justina Dauksaite
Nora A. Escherle
Gerald Futschek
Mark Edward M. Gonzales
Adam Grodeck
Yasemin Gülbahar
Benjamin Hirsch
Alisher Ikramov
Thomas Ioannou
Sangsu Jeong
Mile Jovanov
Dauksaite Justina
Dong Yoon Kim
Hakin Kim
Jihye Kim
Seulki Kim
Vaidotas Kinčius
Víctor Koleszar
Lidija Kralj
Regula Lacher
Taina Lehtimäki
Marielle Léonard
Inggriani Liem
Monika Maneva
Karolína Miková
Zoran Milevski
Jelena Milojkovic
Madhavan Mukund
Ágnes Erdősné Németh
Ilze Nilandere
Veronika Ognjanovska
Mārtiņš Opmanis
Jean-Philippe Pellet
Margot Phillipps
Zsuzsa Pluhár

 Wolfgang Pohl

 John-Paul Pretti

 Le Quang Quan

 Susannah Quidilla

 Lorenzo Repetto

 Chris Roffey

 Kirsten Schlüter

 Giovanni Serafini

 Yeh Yi Shan

 Timur Sitdikov

 Bernadette Spieler

 Emil Stankov

 Veronika Stefanovska

 Alieke Stijf

 Goran Sukovic

 Monika Tomcsányiová

 Ahto Truu

 Jiří Vaníček

 Troy Vasiga

 Willem van der Vegt

 Rechilda Villame

 Florentina Voboril

 Michael Weigend

 Kyra Willekes

 Hongjin Yeh

B. Sponsoring: Wettbewerb 2022

HASLERSTIFTUNG

http://www.haslerstiftung.ch/
Stiftungszweck der Hasler Stiftung ist die Förderung der Informations- und Kommunikationstechnologie (IKT) zum Wohl und Nutzen des Denk- und Werkplatzes Schweiz. Die Stiftung will aktiv dazu beitragen, dass die Schweiz in Wissenschaft und Technologie auch in Zukunft eine führende Stellung innehat.

Kanton Zürich
Volkswirtschaftsdirektion
Amt für Wirtschaft und Arbeit

Standortförderung beim Amt für Wirtschaft und Arbeit Kanton Zürich

UBS

http://www.ubs.com/
Wealth Management IT and UBS Switzerland IT

verkehrshaus.ch

http://www.verkehrshaus.ch/

i-factory (Verkehrshaus Luzern)
Die i-factory bietet ein anschauliches und interaktives Erproben von vier Grundtechniken der Informatik und ermöglicht damit einen Erstkontakt mit Informatik als Kulturtechnik. Im optischen Zentrum der i-factory stehen Anwendungsbeispiele zur Informatik aus dem Alltag und insbesondere aus der Verkehrswelt in Form von authentischen Bildern, Filmbeiträgen und Computer-Animationen. Diese Beispiele schlagen die Brücke zwischen der spielerischen Auseinandersetzung in der i-factory und der realen Welt.

senarclens
leu+partner
strategische kommunikation

http://senarclens.com/
Senarclens Leu & Partner

ABZ
AUSBILDUNGS- UND BERATUNGSZENTRUM
FÜR INFORMATIKUNTERRICHT

http://www.abz.inf.ethz.ch/
Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht der ETH Zürich.

`http://www.hepl.ch/`
Haute école pédagogique du canton de Vaud

`http://www.supsi.ch/home/supsi.html`
La Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana (SUPSI)

C. Weiterführende Angebote

IT Feuer: `https://it-feuer.ch/`
In der Schweiz engagieren sich zahlreiche Organisationen für die Nachwuchsförderung in Informatik. Die Initiative «IT-Feuer» möchte diese vorhandenen Kräfte bündeln und einen Beitrag leisten, das Thema in der Öffentlichkeit schweizweit bekannter zu machen. Das IT-Feuer präsentiert eine grosse Palette an Angeboten für Lehrpersonen sowie Schüler*innen und Schulklassen.

Das Lehrmittel zum Informatik-Biber

Module
Verkehr – Optimieren
Musik – Komprimieren
Geheime Botschaften – Verschlüsseln
Internet – Routing
Apps
Auszeichnungssprachen

`http://informatik-biber.ch/einleitung/`
Das Lehrmittel zum Biber-Wettbewerb ist ein vom SVIA, dem schweizerischen Verein für Informatik in der Ausbildung, initiiertes Projekt und hat die Förderung der Informatik in der Sekundarstufe I zum Ziel.
Das Lehrmittel bringt Jugendlichen auf niederschwellige Weise Konzepte der Informatik näher und zeigt dadurch auf, dass die Informatikbranche vielseitige und spannende Berufsperspektiven bietet.
Lehrpersonen der Sekundarstufe I und weiteren interessierten Lehrkräften steht das Lehrmittel als Ressource zur Vor- und Nachbereitung des Wettbewerbs kostenlos zur Verfügung.
Die sechs Unterrichtseinheiten des Lehrmittels wurden seit Juni 2012 von der LerNetz AG in Zusammenarbeit mit dem Fachdidaktiker und Dozenten Dr. Martin Guggisberg der PH FHNW entwickelt. Das Angebot wurde zweisprachig (Deutsch und Französisch) entwickelt.

CoetryLab: `https://www.coetry-lab.org/`
Das Team des CoetryLab möchte Kindern und Jugendlichen den Zugang zum Programmieren und zu Medien ermöglichen. Das CoetryLab soll die Anlaufstelle ausserschulischen Experimentierens und Gestaltens sein und allen die Coding-Welt eröffnen. Eigene Ideen können kreativ umgesetzt und im Team oder alleine Webseiten, Apps, Games und vieles mehr entwickelt werden.

Roteco: `https://www.roteco.ch/de/`
Das ROTECO Projekt bildet eine Community für und mit Lehrpersonen, welche Schülerinnen und Schüler auf die digitale Gesellschaft vorbereiten möchten. Lehrpersonen können auf dieser Plattform Erfahrungen austauschen, erhalten Informationen zu den neusten Kursen und Workshops und finden Aktivitäten, welche sich direkt in den Unterricht integrieren lassen.

I learn it: `http://ilearnit.ch/`
In thematischen Modulen können Kinder und Jugendliche auf dieser Website einen Aspekt der Informatik auf deutsch und französisch selbständig entdecken und damit experimentieren. Derzeit sind sechs Module verfügbar.

Werden Sie SVIA Mitglied – `http://svia-ssie-ssii.ch/svia/mitgliedschaft` und unterstützten Sie damit den Informatik-Biber.
Ordentliches Mitglied des SVIA kann werden, wer an einer schweizerischen Primarschule, Sekundarschule, Mittelschule, Berufsschule, Hochschule oder in der übrigen beruflichen Aus- und Weiterbildung unterrichtet.
Als Kollektivmitglieder können Schulen, Vereine oder andere Organisationen aufgenommen werden.