

# INFORMATIK-BIBER SCHWEIZ CASTOR INFORMATIQUE SUISSE CASTORO INFORMATICO SVIZZERA

# Aufgaben und Lösungen 2021



Schuljahre 9/10

https://www.informatik-biber.ch/



#### Herausgeber:

Susanne Datzko, Fabian Frei, Jean-Philippe Pellet





schweizerischer verein für informatil ind er ausbildung//société uissepour l'infor matique ans l'enseignement//societé sviz zeraper l'informatice nell'insegnemento





# Mitarbeit Informatik-Biber 2021

Masiar Babazadeh, Susanne Datzko, Fabian Frei, Martin Guggisberg, Gabriel Parriaux, Jean-Philippe Pellet

Projektleitung: Nora A. Escherle

Herzlichen Dank für die Aufgabenentwicklung für den Schweizer-Wettbewerb an:

Juraj Hromkovič, Michael Barot, Christian Datzko, Jens Gallenbacher, Dennis Komm, Regula Lacher, Peter Rossmanith: ETH Zürich, Ausbildunges- und Beratungszentrum für Informatikunterricht Bernadette Spieler: Pädagogische Hochschule Zürich

Die Aufgabenauswahl wurde erstellt in Zusammenarbeit mit den Organisatoren von Bebras in Deutschland, Österreich, Ungarn, Slowakei und Litauen. Besonders danken wir:

Valentina Dagienė, Tomas Šiaulys, Vaidotas Kinčius: Bebras.org

Wolfgang Pohl, Hannes Endreß, Ulrich Kiesmüller, Kirsten Schlüter, Michael Weigend: Bundesweite Informatikwettbewerbe (BWINF), Deutschland

Wilfried Baumann, Liam Baumann, Anoki Eischer, Thomas Galler, Benjamin Hirsch, Martin Kandlhofer, Katharina Resch-Schobel: Österreichische Computer Gesellschaft

Gerald Futschek, Florentina Voboril: Technische Universität Wien

Zsuzsa Pluhár: ELTE Informatikai Kar, Ungarn Michal Winzcer: Comenius University, Slowakei

Die Online-Version des Wettbewerbs wurde auf cuttle.org realisiert. Für die gute Zusammenarbeit danken wir:

Eljakim Schrijvers, Justina Dauksaite, Arne Heijenga, Dave Oostendorp, Andrea Schrijvers, Alieke Stijf, Kyra Willekes: cuttle.org, Niederlande

Chris Roffey: UK Bebras Administrator, Vereinigtes Königreich

Für den Support während den Wettbewerbswochen danken wir:

Hanspeter Erni: Schulleitung Sekundarschule Rickenbach

Christoph Frei: Chragokyberneticks (Logo Informatik-Biber Schweiz)

Dr. Andrea Leu, Maggie Winter, Brigitte Manz-Brunner: Senarclens Leu + Partner AG

Diese Broschüren sind dem Andenken an Martin Guggisberg gewidmet.

Die deutschsprachige Fassung der Aufgaben wurde ähnlich auch in Deutschland und Österreich verwendet.

Die französischsprachige Übersetzung wurde von Elsa Pellet und die italienischsprachige Übersetzung von Christian Giang erstellt.





Der Informatik-Biber 2021 wurde vom Schweizerischen Verein für Informatik in der Ausbildung SVIA durchgeführt und von der Hasler Stiftung unterstützt.

# **HASLERSTIFTUNG**

Dieses Aufgabenheft wurde am 24. August 2022 mit dem Textsatzsystem IATEX erstellt. Wir bedanken uns bei Christian Datzko für die Entwicklung und langjährige Pflege des Systems zum Generieren der 36 Versionen dieser Broschüre (nach Sprachen und Schulstufen). Das System wurde analog zum Vorgänger-System neu programmiert, welches ab 2014 gemeinsam mit Ivo Blöchliger entwickelt wurde. Jean-Philippe Pellet danken wir für die Entwicklung der bebras Toolchain, die seit 2020 für die automatisierte Konvertierung der Markdown- und YAML-Quelldokumente verwendet wird.

Hinweis: Alle Links wurden am 1. Dezember 2021 geprüft.



Die Aufgaben sind lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz. Die Autoren sind auf S. 56 genannt.



# Vorwort

Der Wettbewerb «Informatik-Biber», der in verschiedenen Ländern der Welt schon seit mehreren Jahren bestens etabliert ist, will das Interesse von Kindern und Jugendlichen an der Informatik wecken. Der Wettbewerb wird in der Schweiz in Deutsch, Französisch und Italienisch vom Schweizerischen Verein für Informatik in der Ausbildung SVIA durchgeführt und von der Hasler Stiftung im Rahmen des Förderprogramms FIT in IT unterstützt.

Der Informatik-Biber ist der Schweizer Partner der Wettbewerbs-Initiative «Bebras International Contest on Informatics and Computer Fluency» (https://www.bebras.org/), die in Litauen ins Leben gerufen wurde.

Der Wettbewerb wurde 2010 zum ersten Mal in der Schweiz durchgeführt. 2012 wurde zum ersten Mal der «Kleine Biber» (Stufen 3 und 4) angeboten.

Der Informatik-Biber regt Schülerinnen und Schüler an, sich aktiv mit Themen der Informatik auseinander zu setzen. Er will Berührungsängste mit dem Schulfach Informatik abbauen und das Interesse an Fragenstellungen dieses Fachs wecken. Der Wettbewerb setzt keine Anwenderkenntnisse im Umgang mit dem Computer voraus – ausser dem «Surfen» im Internet, denn der Wettbewerb findet online am Computer statt. Für die Fragen ist strukturiertes und logisches Denken, aber auch Phantasie notwendig. Die Aufgaben sind bewusst für eine weiterführende Beschäftigung mit Informatik über den Wettbewerb hinaus angelegt.

Der Informatik-Biber 2021 wurde in fünf Altersgruppen durchgeführt:

- Stufen 3 und 4 («Kleiner Biber»)
- Stufen 5 und 6
- Stufen 7 und 8
- Stufen 9 und 10
- Stufen 11 bis 13

In den Altersklassen 3 und 4 hatten 9 Aufgaben zu lösen, nämlich aus den drei Schwierigkeitsstufen leicht, mittel und schwer jeweils drei. Für die Altersklassen 5 und 6 waren es je vier Aufgaben aus jeder Schwierigkeitsstufe, also 12 insgesamt. Für die restlichen Altersklassen waren es 15 Aufgaben, nämlich fünf Aufgaben pro Schwierigkeitsstufe.

Für jede richtige Antwort wurden Punkte gutgeschrieben, für jede falsche Antwort wurden Punkte abgezogen. Wurde die Frage nicht beantwortet, blieb das Punktekonto unverändert. Je nach Schwierigkeitsgrad wurden unterschiedlich viele Punkte gutgeschrieben beziehungsweise abgezogen:

	leicht	mittel	schwer
richtige Antwort	6 Punkte	9 Punkte	12 Punkte
falsche Antwort	−2 Punkte	-3 Punkte	-4 Punkte



Dieses international angewandte System zur Punkteverteilung soll den Anreiz zum blossen Erraten der Lösung eliminieren.

Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer hatte zu Beginn 45 Punkte («Kleiner Biber»: 27 Punkte, Stufen 5 und 6: 36 Punkte) auf dem Punktekonto.

Damit waren maximal 180 Punkte («Kleiner Biber»: 108 Punkte, Stufen 5 und 6: 144 Punkte) zu erreichen, das minimale Ergebnis betrug 0 Punkte.

Bei vielen Aufgaben wurden die Antwortalternativen am Bildschirm in zufälliger Reihenfolge angezeigt. Manche Aufgaben wurden in mehreren Altersgruppen gestellt.

#### Für weitere Informationen:

SVIA-SSIE-SSII Schweizerischer Verein für Informatik in der Ausbildung Informatik-Biber Nora A. Escherle

https://www.informatik-biber.ch/de/kontaktieren/

https://www.informatik-biber.ch/



# Inhaltsverzeichnis

Mitarbeit Informatik-Biber 2021	 ı
Vorwort	 iii
Inhaltsverzeichnis	 V
1. Dottis	 1
2. Erdbeerklau	 5
3. Geburtstagsrätsel	 9
4. Lieblingsgeschenk	 13
5. Rette den Baum!	 17
6. Bibliothek	 21
7. Fliesenmuster	 23
8. SOS aus den Bergen	 25
9. Schichte nach Dichte!	 29
10. Es pressiert!	 33
11. Theklas Netze	 37
12. Frucht auf Frucht	 41
13. Kletteräffchen Koko	 45
14. Verflixte Pulte	 49
15. Murmelband	 53
A. Aufgabenautoren	 56
B. Sponsoring: Wettbewerb 2021	57
C Weiterführende Angehote	60





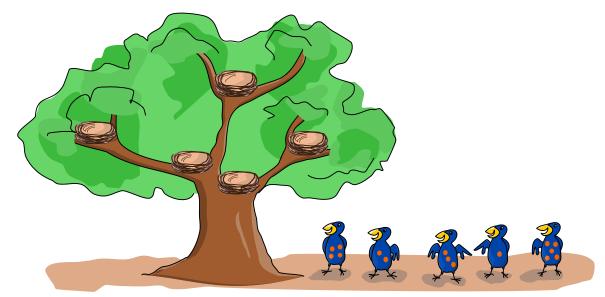
#### **Dottis** 1.

Dottis sind Vögel mit Punkten. Neben einem Baum stehen fünf Dottis. Einer nach dem anderen - in der Reihenfolge von links nach rechts - klettern sie in den Baum und ziehen in die leeren Nester. Der mit den vier Punkten ist der erste. Jeder Dotti geht so vor:

Er beginnt unten am Baum. Er führt solange die folgenden Schritte aus, bis er ein leeres Nest gefunden hat:

- 1. Er klettert hoch, bis er ein Nest findet.
- 2. Wenn das Nest leer ist, dann zieht er in dieses Nest und bleibt dort.
- 3. Sonst klettert er weiter, und zwar, wenn der im Nest sitzende Dotti ...
  - ... mehr Punkte als er selbst hat, dann nach links.
  - ... gleich viele oder weniger Punkte hat, dann nach rechts.

Wo sind die Dottis ganz am Ende? Setze jeden Dotti in das richtige Nest.







So kommt man auf die richtige Lösung:

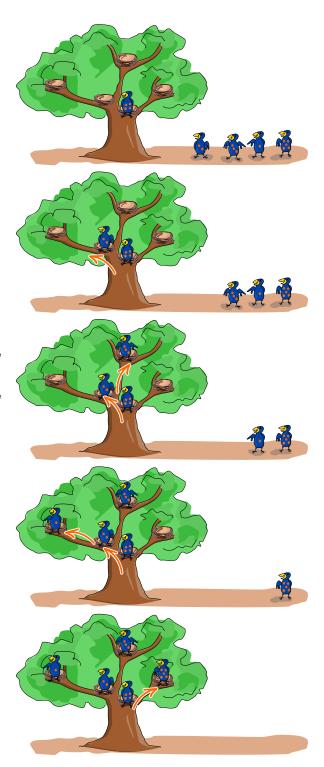
Der erste Dotti, der mit 4 Punkten, zieht in das unterste Nest und bleibt dort.

Der zweite Dotti hat 2 Punkte. Im untersten Nest sitzt der erste Dotti mit 4 Punkten. Weil 4 mehr als 2 ist, klettert der zweite Dotti nach links weiter und zieht in das erste freie Nest.

Der dritte Dotti hat 3 Punkte. Dieser klettert beim untersten Nest, wo der Dotti mit 4 Punkten sitzt, nach links, weil 4 mehr als 3 ist. Im nächsten Nest sitzt der Dotti mit 2 Punkten. Weil 3 mehr als 2 ist, klettert der dritte Dotti nach rechts weiter. Er zieht dann in das nächste freie Nest. Das ist das höchste Nest.

Der vierte Dotti hat 1 Punkt. Weil alle anderen Dottis mehr Punkte haben, klettert er bei jedem belegten Nest nach links. Er kommt dann beim Nest ganz links an und zieht dort ein.

Der letzte Dotti hat 5 Punkte. Weil kein Dotti mehr Punkte hat, klettert er bei jedem belegten Nest nach rechts. Das tut er einmal beim untersten Nest und zieht somit in das leere Nest ganz rechts.





## Dies ist Informatik!

Wenn sich die Dottis nach diesem Verfahren in die Nester setzen, hat das einen interessanten Vorteil: Ein bestimmter Dotti kann dann schnell gefunden werden. Wenn der Dotti, den du suchst, weniger Punkte hat als der, auf den du gerade schaust, musst du im linken Teil des Baums weitersuchen. Ansonsten suchst du rechts weiter. Mit jeder Prüfung eines Vogels kannst du also den Suchbereich auf eine von zwei Hälften einschränken. Deshalb wirst du deinen Dotti schnell finden.

Es gibt viele Arten, auf die man Daten organisieren kann; man spricht von verschiedenen Datenstrukturen. Die Datenstruktur in dieser Biberaufgabe ist ein binärer Suchbaum. Das Wort «binär» kommt vom lateinischen Wort «bis» für «zweimal». Denn am Ende eines Astes (dort, wo in der Aufgabe ein Nest sitzt) führen höchstens zwei kleinere Äste weiter. Binäre Suchbäume werden in Computerprogrammen verwendet, wenn viele Daten schnell gefunden werden müssen. Sie sind meistens viel grösser als der kleine Baum in der Aufgabe. Ausserdem gibt es noch einen Unterschied: Der Baum in der Aufgabe hatte eine feste Anzahl von fünf Dottis. Dagegen kann man bei einem binären Suchbaum üblicherweise immer weiter Daten einfügen. Zum Einfügen wird einfach an das Ende eines Astes ein neuer Ast angehängt und so der Baum vergrössert. Datenstrukturen, die sich so verändern können, nennt man dynamische Datenstrukturen.

#### Stichwörter und Webseiten

• Binärer Suchbaum: https://de.wikipedia.org/wiki/Binärer\_Suchbaum

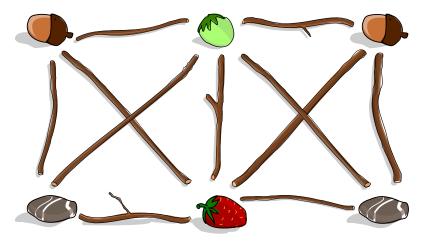




# 2. Erdbeerklau

Anja will im Garten ein Kunstwerk schaffen und hat dafür verschiedene Sachen gesammelt: Mehrere Eicheln, Haselnüsse, Steine und eine Erdbeere. Sie legt einige der Sachen auf den Rasen.

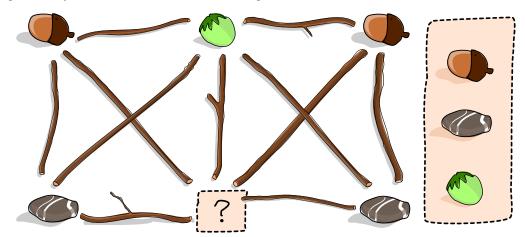
Danach legt Anja Äste zwischen diese Sachen. Dabei befolgt sie folgende Regel: Ein Ast darf nicht zwischen zwei gleichen Sachen liegen – zum Beispiel nicht zwischen zwei Eicheln. Hier ist das fertige Kunstwerk:



Während Anja weg ist, kommt ihr Bruder und isst die Erdbeere.

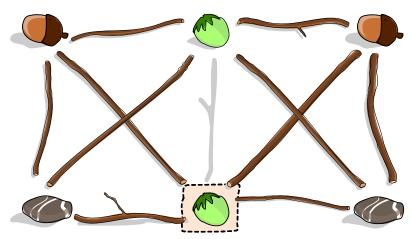
Kannst du ihm helfen, die Tat zu verschleiern?

Platziere eine andere Sache an die Stelle der Erdbeere und entferne genau einen Ast. Am Ende soll Anjas Regel auch für das veränderte Kunstwerk gelten.



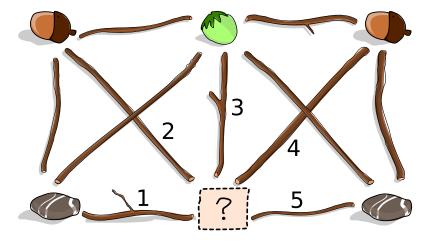


Wenn man die Erdbeere durch eine Haselnuss ersetzt, verletzt der Ast 3 in der Mitte Anjas Regel: Er liegt zwischen zwei gleichen Sachen, nämlich zwei Haselnüssen. Deshalb muss dieser Ast entfernt werden.



Bei den beiden anderen möglichen Ersetzungen muss man mehr als einen Ast entfernen:

- Wird die Erdbeere durch eine Eichel ersetzt, muss man die Äste 2 und 4 entfernen.
- Wird die Erdbeere durch einen Stein ersetzt, muss man die Äste 1 und 5 entfernen.



#### Dies ist Informatik!

Anjas Kunstwerk kann als Graph dargestellt werden. Ein Graph besteht aus Knoten (den Plätzen für die Sachen) sowie aus Kanten (den Asten), die jeweils zwei Knoten miteinander verbinden. Graphen sind sehr vielseitig und werden bei vielen Informatik-Aufgabenstellungen zur Modellierung verwendet. Wenn zwei Knoten direkt durch eine Kante verbunden sind, sind sie Nachbarn voneinander. Eine Gruppe von Knoten, in der jeder Knoten Nachbar von jedem anderen ist, heisst Clique. Im unserem Graphen haben wir zwei Cliquen mit vier Knoten: die rechte und die linke Hälfte des Graphen. (Die Haselnuss oben und das Fragezeichen gehören zu beiden Cliquen.) Aus Anjas Regel folgt, dass alle Knoten einer Clique mit unterschiedliche Sachen belegt sein müssen. Um die Regel einzuhalten,



brauchen wir also mindestens so viele unterschiedliche Sachen wie eine Clique Knoten hat. Nachdem die Erdbeere entfernt wurde, haben wir aber nur noch 3 verschiedene Sachen. Also dürfen jetzt noch Cliquen mit höchstens 3 Knoten übrig bleiben, wenn die Regel weiterhin erfüllt bleiben soll. Es muss also eine Kante (ein Ast) entfernt werden, sodass beide Cliquen mit vier Knoten kaputt gehen.

Anjas Regel entspricht einer Regel im sogenannten Färbungsproblem für Graphen: Wir ordnen jedem Knoten eines Graphen eine Farbe zu, wobei Nachbarn unterschiedliche Farben haben müssen. (Die Farben entsprechen den verschiedenen Arten von Sachen.) Das Ziel ist meistens, möglichst wenig Farben zu benützen. Das Problem, wie man einen Graphen mit der minimalen Anzahl von Farben einfärbt, hat viele Anwendungen. Einige Beispiele sind die Planung von Sportwettkämpfen, das Entwerfen eines Sitzplans und sogar das Lösen eines Sudoku-Rätsels.

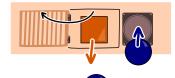
- Färbeproblem: https://de.wikipedia.org/wiki/Färbung\_(Graphentheorie)
- minimale Kantenfärbung, Kantenfärbung: https://de.wikipedia.org/wiki/Kantenfärbung
- Clique: https://de.wikipedia.org/wiki/Clique\_(Graphentheorie)





# Geburtstagsrätsel

Bastian bekommt zum Geburtstag eine Kiste mit 15 Türen. Hinter der mittleren Tür ist ein weiteres Geschenk. Hinter den anderen Türen sind Bausteine. Zu jeder Tür gehört ein Loch, rechts neben der Tür. Bastian kann eine Tür öffnen, indem er in das Loch einen Baustein gleicher Form einwirft – wie einen Schlüssel.



Zu Beginn hat Bastian diesen runden Baustein:



Er will höchstens fünf Türen öffnen, um das Geschenk zu erreichen.

Welche Tür muss Bastian dafür zuerst öffnen?



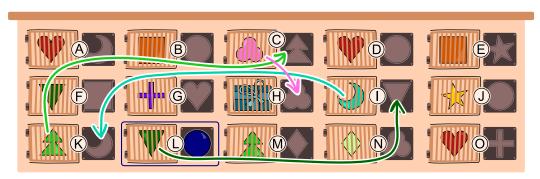




Bastian muss zuerst die blau markierte Tür öffnen:



Im folgenden Bild sind die Türen mit Buchstaben versehen und die Pfeile zeigen, wie Bastian mit insgesamt 5 Türöffnungen das Geschenk erreicht.



Wir können die Reihenfolge, in der er die fünf Türen öffnet, auch wie folgt darstellen.



Es gäbe auch andere Wege zum Geschenk, zum Beispiel folgenden.



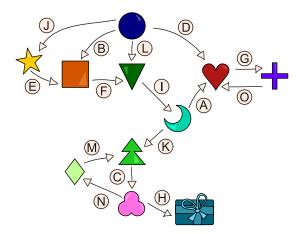
Doch diese Wege sind alle zu lang, es müssten mehr als fünf Türen geöffnet werden. Alle Möglichkeiten durchzuprobieren, ist ziemlich aufwendig.

Im vorliegenden Fall findet man den kürzesten Weg und damit die richtige Lösung am schnellsten mit einer sogenannten Rückwärtssuche: Man beginnt bei der Tür mit dem Geschenk und schaut dann jeweils, welchen Baustein man benötigt.

#### Dies ist Informatik!

Mit mehr Zeit und Aufwand können wir die Situation in der Aufgabe auch als Graph darstellen:





Ein Graph besteht allgemein aus *Knoten* (Kreisen) und *Kanten* (Linien) zwischen den Knoten. In unserem Fall haben wir einen Knoten für jede Form und das Geschenk. Die Kanten sind hier Pfeile (auch *gerichtete* Kanten genannt) und entsprechen den Türen. Jeder Pfeil führt von der Form zum Öffnen der Tür zu der Form hinter der Tür.

Die Informatik arbeitet sehr gerne mit Graphen. Einerseits bieten sie oft anschauliche Darstellungen von abstrakten Zusammenhängen.

Andererseits existieren fertige Algorithmen, die uns Fragen zu Graphen sehr effizient beantworten. Bei komplizierteren Aufgaben kann sich der Aufwand für das Aufstellen des Graphen deshalb schnell lohnen.

Loder vorliegenden Aufgebe suchen wir einen Weg der Länge höchstens 5 vom erhaltenen Baustein zum Geschenk Ein guter Algorithmus dafür ist die sogenannte Breitensuche. Dieser funktioniert sowohl für Graphen mit gerichteten Kanten, wie in der Aufgabe, also auch für Graphen mit ungerichteten Kanten.

- Gerichteter Graph: https://de.wikipedia.org/wiki/Gerichteter\_Graph
- Breitensuche: https://de.wikipedia.org/wiki/Breitensuche



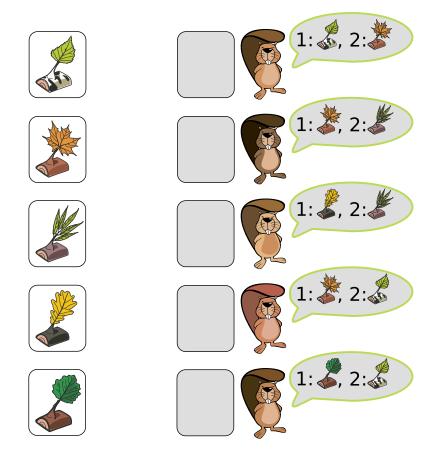


# 4. Lieblingsgeschenk

Die Biberfamilie hat fünf Geschenke für ihre fünf Kinder. Jedes Kind nennt zuerst sein Lieblingsgeschenk und dann das zweitliebste. Die Geschenke sollen richtig zugeteilt werden:

- 1. Möglichst viele Kinder sollen ihr Lieblingsgeschenk bekommen.
- 2. Die übrigen sollen das zweitliebste bekommen.

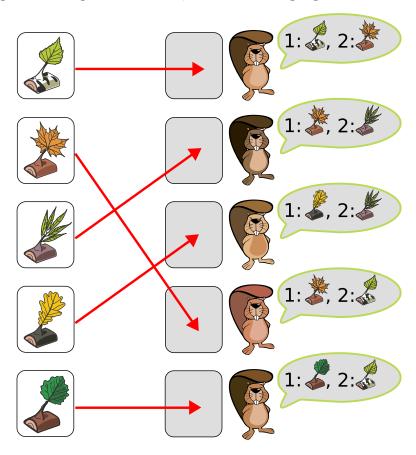
Gib den Kindern die richtigen Geschenke.







Hier ist die einzige Zuordnung der Geschenke, die beide Bedingungen erfüllt.



Die obige Grafik ordnet vier Bibern ihr Lieblingsgeschenk zu und einem Biber sein zweitliebstes Geschenk. Nicht alle Biberkinder können ihr Lieblingsgeschenk bekommen, da zwei Biber dasselbe Lieblingsgeschenk haben. Daher ist keine Zuordnung möglich, bei der mehr Biber ihr Lieblingsgeschenk bekommen. Beachte: Wenn du die Zuteilung von oben nach unten vornimmst und das zweite Geschenk dem zweiten Biber zuteilst, dann bekommt der vierte Biber keines seiner bevorzugten Geschenke. In dieser Aufgabe genügt es also nicht, für jeden einzelnen Biber die jeweils beste aktuelle Auswahl zu treffen.

Eine Lösungsstrategie ist, dass du zuerst alle Geschenke zuordnest, die nur von einem Kind das Lieblingsgeschenk sind. Danach bleiben nur noch zwei Kinder mit demselben Lieblingsgeschenk übrig. Bei diesen schaust du, welchem das zweitliebste Geschenk zugeordnet werden kann. Dem anderem teilst du sein Lieblingsgeschenk zu.

#### Dies ist Informatik!

Bei dieser Aufgabe handelt sich um ein eindeutiges Zuordnungsproblem: Wir möchten die Geschenke so zuordnen, dass alle Kinder ein Geschenk bekommen und es kein Kind ohne Geschenk gibt. Dabei haben die Kinder nicht nur einen einzelnen Wunsch, sondern geben eine Reihenfolge von Vorlieben



an. Solche Zuordnungsprobleme mit Reihenfolgen von Vorlieben können sehr kompliziert werden. Die Informatik hilft uns dabei, solche Probleme möglichst rasch zu lösen.

Eine Möglichkeit ist den Zuordnungen einen Wert zu geben: Das Lieblingsgeschenk hat Wert 1 und das zweitliebste Geschenk den Wert 2. Wir möchten den Gesamtwert minimieren. Eine Zuordnung (engl. Matching) ist optimal, wenn es keine andere Zuordnung mit mehr erfüllten Erstplatzierungen gibt. In der Informatik wird so eine Zuordnung als Rang-Maximal-Matching bezeichnet. Es gibt viele Matching-Probleme. Eines davon wird als Problem der stabilen Paarung (engl. Stable Marriage Problem) bezeichnet. Klingt interessant? Dann solltest du Informatik studieren!

- Zuordnungsproblem: https://de.wikipedia.org/wiki/Zuordnungsproblem
- Rang-Wahl: https://de.wikipedia.org/wiki/Rang-Wahl





# Rette den Baum!

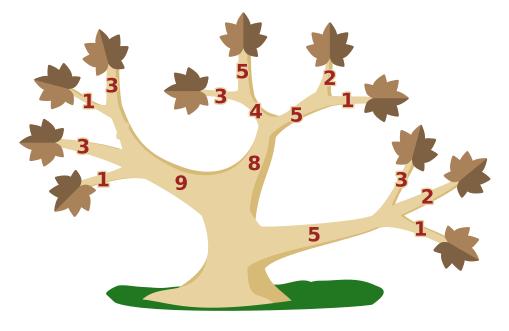
Ein Baum in Brunos Garten ist krank, alle Blätter sind vertrocknet. Bruno will den Baum retten. Dazu muss er einige Äste absägen, so dass am Ende alle Blätter entfernt sind. Dann können neue Äste mit neuen Blättern wachsen. Bruno möchte so schnell wie möglich fertig sein.

Das Bild zeigt ein Beispiel:

Um die beiden Blätter zu entfernen, kann Bruno entweder die beiden Äste mit den Blättern absägen oder nur den einen Ast, von dem die beiden anderen abzweigen. Die Zahlen geben für jeden Ast an, wie lange das Absägen dauert. Bruno wird also die beiden Äste mit den Blättern absägen, da 3+1 < 5. Unten siehst du den gesamten Baum.



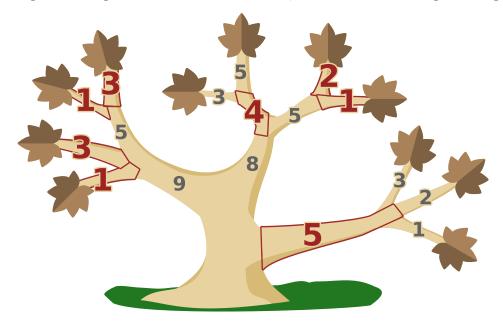
Welche Äste wird Bruno absägen, um so schnell wie möglich fertig zu sein?







So ist es richtig: Bruno sägt die rot markierten Äste ab, um so schnell wie möglich fertig zu sein:



Aber warum ist das so? Zunächst können wir ausrechnen, wie viel Zeit Bruno benötigt, wenn er nur die Äste mit Blättern absägt – damit wäre er ja fertig:

$$1+3+1+3+3+5+2+1+3+2+1=25$$

Nun gehen wir in Richtung Stamm weiter und überlegen immer wieder neu, ob es schneller sein könnte, den Ast abzusägen, von dem die bisherigen Äste direkt oder indirekt abzweigen. Nach dem ersten solchen Schritt ergibt sich die folgende Rechnung (die Funktion «min» berechnet das Minimum ihrer Argumente):

$$1 + 3 + \min(5, 1 + 3) + \min(4, 3 + 5) + \min(5, 2 + 1) + \min(5, 3 + 2 + 1)$$

$$= 1 + 3 + (1 + 3) + 4 + (2 + 1) + 5$$

$$= 20$$

Dabei rechnen wir die Gesamtzeit zuerst noch nicht aus, damit wir besser sehen, welche Äste abzusägen sind. Nach dem nächsten Schritt sind wir schon am Stamm angekommen:

$$\min(9, 1+3+1+3) + \min(8, 4+2+1) + 5$$

$$= (1+3+1+3) + (4+2+1) + 5$$

$$= 20$$

Schneller kann Bruno nicht fertig sein.



## Dies ist Informatik!

Stellen wir uns einmal vor, die abgesägten Stücke von Brunos Baum würden nicht direkt auf die Erde fallen – so wie beim Lösen dieser Biberaufgabe am Bildschirm. Dann könnte man sagen, dass der Baum durch das Absägen in nur zwei Teile zerlegt wird: Der eine Teil enthält alle abgesägten Stücke, insbesondere also alle Blätter, und der andere Teil enthält den Stamm und alle davon ausgehenden Äste bis zu den Sägestellen. Diese Zweiteilung bzw. dieser *Schnitt* durch den Baum ist minimal in Bezug auf die Zeit, die Bruno fürs Absägen aufbringen muss.

Auch die Informatik kennt Bäume und verwendet sie zur Darstellung von Objekten, die auf bestimmte Weise miteinander verbunden sind. Die Objekte werden als *Knoten* bezeichnet, die Verbindungen als *Kanten*. Dabei gibt es zwischen zwei Knoten immer nur einen Weg entlang der Kanten – so wie es im echten Baum von einem Blatt oder einer Astgabelung immer nur einen Weg entlang der Äste zum Stamm gibt. Verzichtet man auf diese Bedingung, ist allgemeiner von einem *Graphen* die Rede.

In einem allgemeinen Graphen ist ein minimaler Schnitt, also die Zerlegung in zwei oder auch mehrere Teile mit minimalen Kosten, nicht so einfach zu berechnen, wie wir es hier für einen Baum vorgemacht haben, aber auch nicht allzu schwierig. Das ist gut, denn es gibt interessante Anwendungen. Minimale Schnitte können etwa bei der Zerlegung von Bilddateien in ähnliche Teile verwendet werden. In speziellen Graphen, den Flussnetzen, mit denen unter anderem Datenflüsse durch Netzwerke modelliert werden können, entsprechen die Kosten eines minimalen Schnitts dem maximal möglichen Fluss durch das gesamte Netz.

- Baum: https://de.wikipedia.org/wiki/Baum\_(Graphentheorie)
- Schnitt: https://de.wikipedia.org/wiki/Schnitt\_(Graphentheorie)
- Flüsse und Schnitte in Netzwerken: https://de.wikipedia.org/wiki/Flüsse\_und\_Schnitte\_in\_Netzwerken
- Max-Flow-Min-Cut-Theorem: https://de.wikipedia.org/wiki/Max-Flow-Min-Cut-Theorem



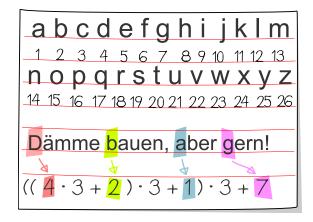


# 6. Bibliothek

Susi ist mit Tim in der Biber-Bibliothek. Sie wollen ein Buch ausleihen: «Dämme bauen, aber gern!»

Tim geht zu Regal 1, greift in Reihe 3, Fach 6 und holt das Buch heraus. Susi ist beeindruckt. Tim erklärt Susi, wie man den Ort eines Buches bestimmt:

Man nimmt von jedem Wort im Titel den Anfangsbuchstaben und bestimmt seine Position im Alphabet. Nach und nach werden diese Positionen addiert, aber vor jedem Addieren wird der bisher erreichte Wert mit 3 multipliziert. Für das gewünschte Buch ergibt sich 136. Schon ist klar, wo das Buch steht.



Nun stellt Susi für ihre Lieblingsbücher die entsprechenden Rechnungen auf. In einem Fall hat sie aber einen Fehler gemacht.

In welchem?

Gutes gegen Biber-Fieber
$$((7 \cdot 3 + 7) \cdot 3 + 2) \cdot 3 + 6$$
Bäume fällen für Dummies
$$((2 \cdot 3 + 6) + 6) \cdot 3 + 4$$
C)
Der Herr der Dämme
$$((4 \cdot 3 + 8) \cdot 3 + 4) \cdot 3 + 4$$
D)
Bebretti: Der erste Fall
$$((2 \cdot 3 + 4) \cdot 3 + 5) \cdot 3 + 6$$





Susi hat fast alles richtig gemacht: Sie hat immer die richtigen Positionswerte addiert, und sie hat die Zwischenergebnisse immer mit 3 multipliziert – mit einer Ausnahme: In Antwort B hat sie Letzteres einmal vergessen.

Bäume fällen für Dummies 
$$((2 \cdot 3 + 6) \cdot 3 + 6) \cdot 3 + 4$$

## Dies ist Informatik!

Mit den «Orts-Bestimmungs-Ausdrücken» ermöglicht die Bibliothek ihren Besuchern, die Standorte der Bücher genau zu bestimmen. So muss niemand lange suchen. Eines müssen die Bibliothek und Besucher aber beachten: Für verschiedene Bücher können die Ausdrücke und damit auch deren Ergebnisse gleich sein. Zum Beispiel stehen «Bäume fällen für Dummies» und «Biber finden Fichten dufte» im gleichen Fach. Die Fächer dürfen also nicht zu klein sein, oder sie müssen flexibel angepasst werden können.

Auch bei Daten, die in Computerspeichern abgelegt werden, ist es eine gute Idee, wenn ihr Speicherort direkt aus den Daten selbst berechnet werden kann. Dafür wurden in der Informatik *Hash-Funktionen* entwickelt: mathematische Funktionen, die aus dem Inhalt der Daten bzw. eines Teils der Daten einen Wert berechnen, der direkt den Speicherort angibt – so wie bei den Buchtiteln in dieser Biberaufgabe. Gute Hash-Funktionen sorgen dafür, dass sich in möglichst wenigen Fällen der gleiche Wert ergibt. Kommt eine solche Kollision doch einmal vor, kennt die Informatik gute Methoden, damit umzugehen.

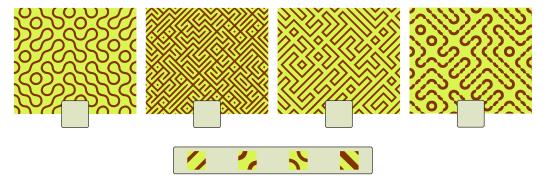
- Hashfunktion: https://de.wikipedia.org/wiki/Hashfunktion
- Hashtabelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Hashtabelle
- http://www.abenteuer-informatik.de/PDF/ai2020\_oa\_leseversion.pdf, Kapitel 11: Ordnung im Chaos



# 7. Fliesenmuster

Die folgenden Muster wurde jeweils durch eine einzelne Fliese erzeugt. Die einzelnen Fliesen sind vergrössert dargestellt.

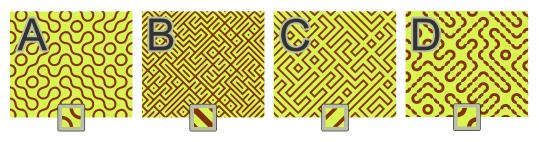
Ordne die Fliesen ihren möglichen Mustern zu.



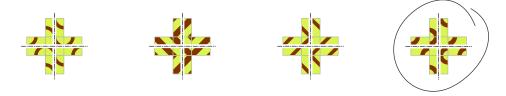




Das ist die richtige Zuordnung:



Legt man jeweils 5 Fliesen aneinander und vergleicht sie genauer, erkennt man deutliche Unterschiede:



Fliese hat als einzige der Fliesen vier Seiten, die nicht genau zueinander passen. Nur dadurch können Linien mit veränderlicher Breite wie in Muster D entstehen. Fliese ist die einzige, die quadratischen Punkte in Muster B erzeugen kann, nämlich mit jeweils vier zusammenstossenden Dreiecken. Zudem hat sie den grössten Flächenanteil von Braun gegenüber Gelb, genau wie B; auch daran kann man die Zusammengehörigkeit erkennen. Somit verbleibt für die runden Formen von Fliese nur Muster A als mögliches Ergebnis und für die geraden Formen von Fliese nur Muster C.

#### Dies ist Informatik!

Diese Fliesen sind nach Sébastien Truchet (\* 1657; † 1729) benannt, der an verschiedenen Varianten dieser Fliesen gearbeitet hat. Kacheln mit 4 gleichen Seiten bilden eine Untermenge von Truchet-Kacheln (Truchet-Kacheln müssen aber nicht unbedingt 4 gleiche Seiten haben, wie in 3 von den Mustern oben). Dass mit ganz einfachen Bausteinen komplexe Muster erstellt werden können, ist eine interessante Eigenschaft, die uns in der Informatik immer wieder begegnet. Truchet-Kacheln werden in der Mathematik und der Informatik untersucht und in Computerspielen verwendet, um Labyrinthe oder Dekorationen zu erstellen.

#### Stichwörter und Webseiten

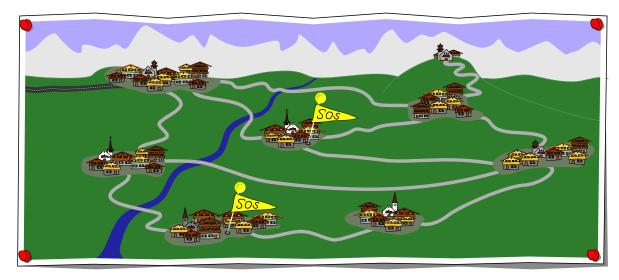
• Truchet-Kacheln: https://en.wikipedia.org/wiki/Truchet\_tiles





# SOS aus den Bergen

Einige Bergdörfer werden aus der grossen Stadt über folgendes Strassennnetz versorgt:



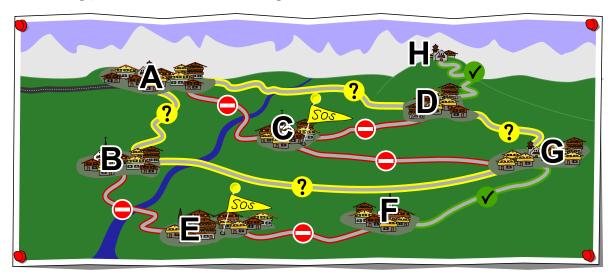
Nach einem Unwetter melden mehrere Dörfer, dass diese nicht mehr erreichbar sind, nämlich jene mit den SOS-Markierungen. Wir können daraus schliessen, dass einige Strassen blockiert sind.

Gib für jede Strasse zwischen den Dörfern in diesem Strassennetz an, ob diese (1) blockiert ist  $\bigcirc$ , (2) befahrbar ist **v**, oder (3) ob wir nicht ohne weitere Informationen sagen können, ob die Straße befahrbar oder blockiert ist ?.





Die Karte zeigt, was wir über die Verbindungen im Strassennetz wissen:



Wir beginnen mit dem Aufspüren der blockierten Strassen. Die zwei Strassen, die zu Dorf E führen, können blockiert sein, da ansonsten Dorf E noch erreichbar wäre. Ebenso sind die drei Strassen zu Dorf C blockiert, da sonst Dorf C noch erreichbar wäre.

Als nächstes suchen wir die Strassen, die befahrbar sein müssen. Die Strasse zwischen Dorf G und F muss befahrbar sein, da ansonsten, aufgrund der blockierten Strasse zwischen Dorf F und E, das Dorf F nicht erreichbar wäre. Auch die Strasse zwischen der Kirche H und dem Dorf D muss befahrbar sein, da H erreichbar ist und nur über D erreicht werden kann.

Nun bleiben die nur möglicherweise befahrbaren Strassen übrig. Da die Dörfer B, G und D mehrfach mit dem Dorf A verbunden sind, können wir nicht sagen können, welche der verbleibenden Strassen befahrbar sind. So könnte das Dorf B beispielsweise über Dorf A, aber auch Dorf G erreicht werden. Dasselbe gilt auch für Dorf D. Das Dorf G kann entweder über Dorf B oder D versorgt werden. Irgendeine der Strassen im Kreislauf A – B – G – D – A könnte also blockiert sein und diese 4 Dörfer könnten trotzdem alle erreichbar bleiben.

#### Dies ist Informatik!

So wie in Strassennetzen können auch bei Computernetzwerken Verbindungen fehlerhaft, überlastet oder ganz defekt sein. Um Ausfälle zu verhindern, werden oft Sicherheitsmassnahmen, wie z. B. mehrere Verbindungen zu einem Ort, eingeplant. Dies nennt man *Redundanz*.

Das Beheben von Fehlern in einem System ist eine Aufgabe, die Informatiker sehr oft erledigen müssen, nicht nur in Computernetzwerken, sondern auch in der Softwareentwicklung. Um einen Fehler zu beheben, muss man seine genaue Quelle identifizieren, und dieser Prozess erfolgt meist schrittweise in mehreren Schritten. Einige Programmierer glauben, dass man nie alle Fehler und Bugs in einem Programm finden kann.





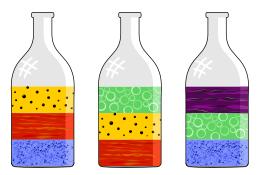
- Redundanz: https://de.wikipedia.org/wiki/Redundanz\_(Technik)
- Debuggen: https://de.wikipedia.org/wiki/Debuggen



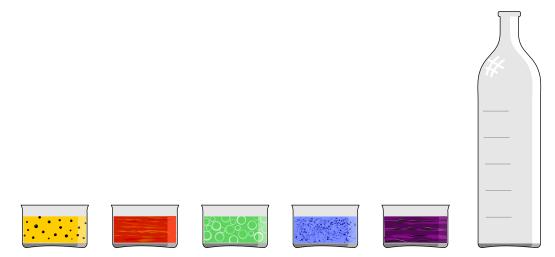


# Schichte nach Dichte!

Mark hat Flaschen mit jeweils drei farbigen Flüssigkeiten, die übereinander geschichtet sind. Er weiss, dass sich die Flüssigkeiten mit geringerer Dichte immer über Flüssigkeiten mit grösserer Dichte bewegen. Nun möchte er sehen, wie es aussieht, wenn man alle farbigen Flüssigkeiten in eine Flasche gibt.



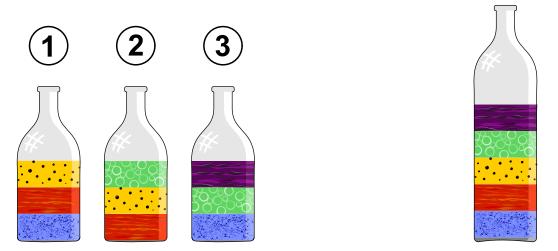
Ordne die fünf farbigen Flüssigkeiten in der Flasche, so wie sie am Ende angeordnet sind!







Das Bild zeigt die richtige Anordnung der fünf farbigen Flüssigkeiten in der grossen Flasche.



Du findest die Reihenfolge nach folgendem Verfahren: Schritt für Schritt entfernst du in Gedanken aus den drei gegebenen Flaschen die Flüssigkeiten, die nicht auf einer anderen Flüssigkeit liegen, und gibst sie in die grosse Flasche.

Zu Beginn hat nur in den beiden Flaschen 1 und 3 blaue Flüssigkeit und dort ist sie ganz unten, sie liegt also nirgendwo auf einer anderen Flüssigkeitsschicht. Die rote Flüssigkeit ist zwar in Flasche 2 ganz unten. Aber in Flasche 1 liegt sie auf der blauen Flüssigkeit und muss deshalb eine geringere Dichte als die blaue haben. Also wird als erstes die blaue Flüssigkeit aus den Flaschen entfernt und in die grosse Flasche gegeben.

Jetzt ist die rote Flüssigkeit die einzige, die nicht auf einer anderen Flüssigkeit liegt. Sie wird aus den Flaschen 1 und 2 entfernt und in die grosse Flasche gegeben. Danach kommt die gelbe, dann die grüne und zum Schluss die violette Flüssigkeit, die die geringste Dichte hat und über der keine andere Flüssigkeit liegt.

#### Dies ist Informatik!

Bei der Lösung dieser Aufgabe hast du die Anordnung der Flüssigkeiten in den drei Flaschen der Aufgabenstellung ausgewertet und die Flüssigkeiten nach ihrer Dichte sortiert.

Ein Stoff hat viele messbare Eigenschaften: Siedetemperatur, Schmelztemperatur, elektrische Leitfähigkeit und eben die Dichte. In diesem Fall wurde die Dichte als Kriterium verwendet, Stoffe zu sortieren.

In vielen Computerprogrammen spielt das Sortieren von Daten eine wichtige Rolle. Das Verfahren, das bei dieser Aufgabe zur Ermittlung der Reihenfolge der Flüssigkeitsschichten verwendet wurde, nennt man topologisches Sortieren. Es wird zum Sortieren von Objekten angewendet, für die Beziehungen der Art Vorgänger/Nachfolger bekannt sind.



# Stichwörter und Webseiten

- Sortieren, Ordnung: https://de.wikipedia.org/wiki/Sortierung
- Topologisches Sortieren: https://de.wikipedia.org/wiki/Topologische\_Sortierung, https://www.ac.tuwien.ac.at/files/teaching/ss12/AD1/top\_sortieren.pdf



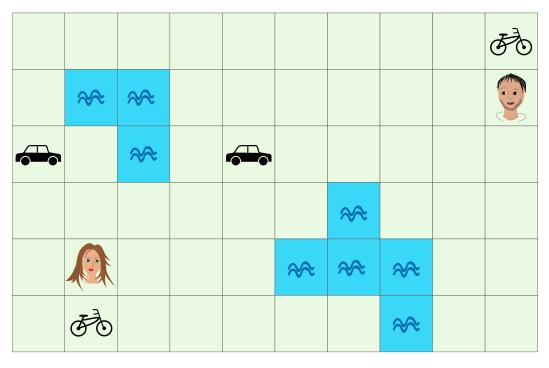


# 10. Es pressiert!

Zwei Freunde wollen sich möglichst bald treffen. Von einem Feld können sie sich zu einem benachbarten Feld links, rechts, oben oder unten bewegen.

Zu Fuss benötigen sie dafür 1 Minute. Wenn sie auf ein Feld mit einem Fahrzeug gelangen, können sie es benutzen.

Mit einem Fahrrad schaffen sie in einer Minute 2 Felder und mit einem Auto 5 Felder. Dabei sind Richtungsänderungen möglich. Wasserflächen können sie nicht überqueren.



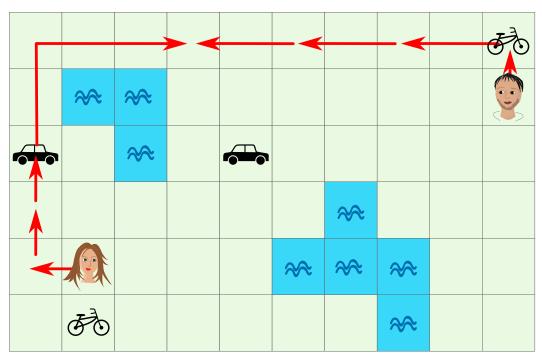
Wie viele Minuten benötigen die beiden Freunde mindestens, um sich auf einem Feld zu treffen?

- A) 1 Minute
- B) 2 Minuten
- C) 3 Minuten
- D) 4 Minuten
- E) 5 Minuten
- F) 6 Minuten





Die richtige Antwort ist D) 4 Minuten. Das Bild zeigt eine Route, mit der sich die beiden Freunde in 4 Minuten auf einem Feld treffen können.



Nun muss noch bewiesen werden, dass sie sich nicht in 3 Minuten treffen können: Die beiden Freunde sind 11 Felder voneinander entfernt. In 3 Minuten können sie aber zu Fuss insgesamt nur 6Felder näher zueinander kommen. Wenn einer das Fahrad erreicht hat und der andere zu Fuss geht, dann können sie in 3 Minuten 9 Felder näher zueinander kommen, was auch nicht reicht. Selbst wenn beide zu einem Fahrrad gehen, reicht es nicht. Denn dann könnten sie in 3 Minuten 12 Felder näher zueinander kommen, die beiden Fahrräder sind aber 13 Felder voneinander entfernt.

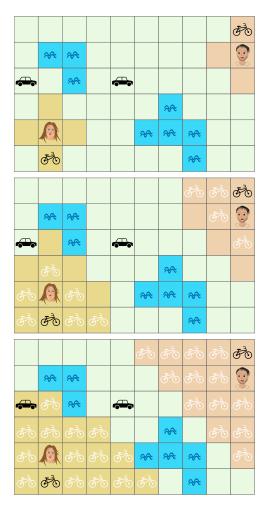
Also bleibt nur die Option, ein Auto zu benützen. In 3 Minuten kann nur das Mädchen ein Auto erreichen. Es bleibt dann aber keine Zeit mehr, das Auto zu benutzen. Und in 3 Minuten kann der Junge kein Feld mit einem Auto erreichen.

#### Dies ist Informatik!

Wie hast du die Aufgabe gelöst? Hast du zufällig eine schnelle Route gefunden und gehofft, dass es keine schnellere gibt? Oder hast du viele Möglichkeiten ausprobiert und dir die schnellste gemerkt?

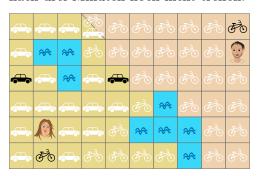
Computerprogramme, die für diese Art von Problemen entwickelt worden sind, arbeiten meist nach einem Verfahren, das man Breitensuche nennt. Bei dieser Aufgabe geht die Breitensuche folgendermassen:





- 1. Markiere alle Felder, die von den beiden Freunden in einer Minute erreicht werden können.
- 2. Markiere alle Felder, die in (höchstens) einer Minute von den Feldern aus erreicht werden können, die in Schritt 1 markiert worden sind. Notiere auch das verwendete Verkehrsmittel.
- 3. Markiere alle Felder, die in einer Minute von den Feldern aus erreicht werden können, die in Schritt 2 markiert worden sind.

Weil die beiden Gebiete, die du bisher markiert hast, sich nicht überlappen, können sich die Freunde nach drei Minuten noch nicht treffen.



4. Markiere nun alle Felder, die in einer Minute von den in Schritt 3 markierten Feldern erreicht werden können.

Nun überlappen sich die beiden Gebiete in einem Feld. Es kann nach 4 Minuten von dem Mädchen mit einem Auto und von dem Jungen mit einem Fahrrad erreicht werden. Navigationssysteme finden den schnellsten Weg zwischen zwei Punkten. Sie achten dabei darauf, dass die Route über geeignete Strassen und Wege verläuft - und nicht etwa querfeldein und durch Flüsse. Diese Aufgabe ähnelt dem Navigationsproblem, nur müssen hier zwei Personen zu einem gemeinsamen – anfangs noch unbekannten - Ziel geführt werden und nicht nur eine Person zu einem festen Ziel.

Weil ein Computer bei der Breitensuche systematisch vorgeht, findet er auch Lösungen, die nicht direkt ins Auge springen. Manchmal ist ein Umweg mit weniger Ampeln schneller, als die kürzeste Route





zwischen Start und Ziel. Eine Bahnverbindung mit Umsteigen kann schneller sein als eine direkte Busverbindung. In der Informatik kennt man mehrere Verfahren, um die beste Lösung zu einem Problem dieser Art zu finden. Abgesehen von der Breitensuche, die gerade beschrieben worden ist, gibt es auch einen Ansatz, den man *Branch and Bound* nennt (engl. für *Verzweigen und Begrenzen*).

Bei der Breitensuche wird jede Teillösung, die mit einer bestimmten Anzahl von Arbeitsschritten erreicht wird, berücksichtigt. Bei *Branch and Bound* verfolgt man Teillösungen nicht weiter, wenn man weiss, dass sie nicht zur optimalen Lösung führen können.

Wenn ein Problem zu komplex wird, würde es auch für den schnellsten Computer der Welt zu lange dauern, alle Möglichkeiten durchzuspielen, um die beste Lösung zu finden. In der Praxis reicht es bei einem Navigationssystem häufig aus, eine sehr gute Route zu finden, auch wenn es nicht die bestmögliche ist. (Wenn du dein Ziel in 78 Minuten erreichen kannst, macht es dir vermutlich nichts aus, wenn man es theoretisch auch in 77 Minuten erreichen könnte.)

#### Stichwörter und Webseiten

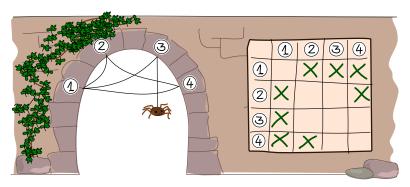
- Breitensuche: https://de.wikipedia.org/wiki/Breitensuche
- Branch and Bound Algorithmus: https://de.wikipedia.org/wiki/Branch-and-Bound





#### Theklas Netze 11.

Spinne Thekla möchte möglichst viele verschiedene Netze bauen. Deshalb hat sie sich ein Verfahren ausgedacht, den genauen Aufbau ihrer Netze festzuhalten.

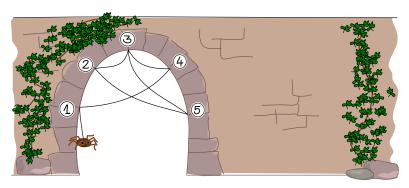


Das macht sie so: Sie nummeriert die Endpunkte des Netzes von 1 bis N und verwendet Felder in einem Raster nach folgender Regel:

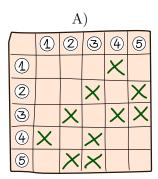
 $\bullet$  Wenn es einen Faden gibt, der Endpunkt x mit Endpunkt y verbindet, dann wird das Feld in Spalte x und Zeile y mit einem Kreuzchen markiert.

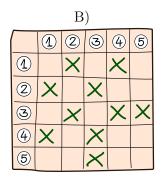
Ein Faden der Endpunkt x mit Endpunkt y verbindet, verbindet auch Endpunkt y mit Endpunkt x.

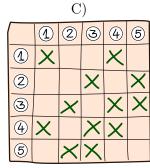
Thekla baut nun dieses Netz:



Wie hält Thekla den Aufbau dieses Netzes fest?





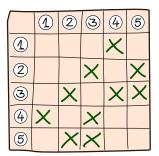


	D)						
1		1	2	3	4	(5)	
	1				X		
	2 3			X		X	
	_		X		X	X	
	4	X		X			
	5			X			

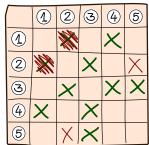




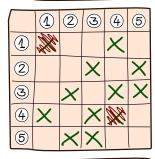
Antwort A ist richtig, denn alle Felder sind gemäss der Regel richtig markiert.



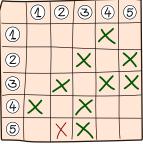
Bei Antwort B wurde eine zusätzliche Verbindung fälschlich eingezeichnet (Endpunkt 1 nach Endpunkt 2 in beide Richtungen) und eine wurde vergessen (Endpunkt 2 nach Endpunkt 5 in beide Richtungen).



Antwort C: Nach der hier vorgeschriebenen Regel können in der Diagonale von links oben nach rechts unten keine Markierung vorhanden sein. Denn das wären ja Verbindungen eines Endpunkts mit sich selbst. Dies könnte zwar in manchen Netzen durchaus erlaubt sein kann, kommt in unserem Spinnennetz aber nicht vor. Bei Antwort C hätten wir aber 2 solche Verbindungen (bei Endpunkt 1 und bei Endpunkt 4).



Antwort D: Alle Darstellungen von Netzen sollten symmetrisch sein bezüglich der Diagonalen von links oben nach rechts unten. In dieser Antwort findet sich zwar die Verbindung von Endpunkt 2 nach Endpunkt 5, die entsprechende Verbindung zurück von Endpunkt 5 nach Endpunkt 2 fehlt aber.



#### Dies ist Informatik!

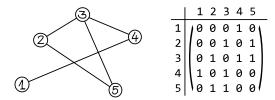
Das Spinnennetz kann als Graph betrachtet werden, ein Konzept, das häufig in der Informatik verwendet wird.

Ein Graph besteht aus Knoten (den Endpunkten des Netzes) und Kanten (den Fäden zwischen den Endpunkten). Graphen werden zum Beispiel auch verwendet, um Objekte und die Beziehungen zwischen Objekten darzustellen. Ein Graph könnte beispielsweise zeigen, wie Personen in sozialen Medien befreundet sind, oder Flüge zwischen Ländern.

In dieser Aufgabe wird gezeigt, wie man die Struktur eines Spinnennetzes in einem Raster speichern kann. Gewisse Eigenschaften, wie zum Beispiel das genaue Aussehen des Netzes, gehen dabei verloren.



In vielen Fällen ist man aber nicht an den genauen geometrischen Eigenschaften eines Netzes interessiert, sondern nur an seiner Struktur. Die wesentlichen Informationen bleiben erhalten: Wie viele Knoten gibt es? Und zwischen welchen Knotenpaaren gibt es eine Kante?



Die vorgestellte Möglichkeit ist nur eine von vielen Möglichkeiten, die Struktur eines Netzes festzuhalten. Die Methode ist nicht sehr sparsam, denn es werden für jede Verbindung beide Richtungen gespeichert, was nicht notwendig wäre, und auch die freien Diagonalenfelder wären gar nicht notwendig. Dafür weist dieses Verfahren den Vorteil auf, dass Darstellungsfehler teilweise erkannt werden können. Antwort C und Antwort D konnten zum Beispiel als falsch erkannt werden, ohne auf das Netz Bezug zu nehmen.

Die vorgestellte Darstellungsform wird Adjazenzmatrix genannt.

### Stichwörter und Webseiten

• Adjazenzmatrix: https://de.wikipedia.org/wiki/Adjazenzmatrix



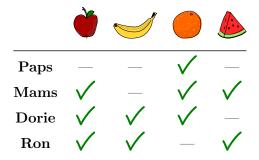


# 12. Frucht auf Frucht

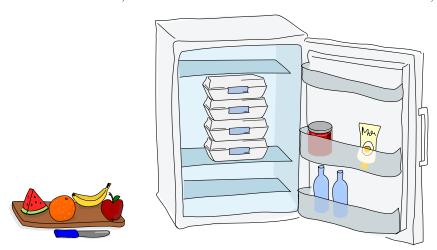
Paps, Mams, Dorie und Ron Biber packen abends für den nächsten Tag vier Frühstücksboxen, jede mit einer anderen Frucht: Apfel, Banane, Orange und Wassermelone. Die Boxen werden im Kühlschrank aufeinander gestapelt. Morgens sind die Bibers noch sehr müde und nehmen sich beim Verlassen des Baus einfach die oberste Box, ohne sie genauer anzuschauen.

Man weiss nicht genau, in welcher Reihenfolge die Bibers den Bau verlassen, aber auf jeden Fall geht Mams vor Dorie und Paps immer als Letzter.

Die Familienmitglieder mögen unterschiedliche Früchte. Die Tabelle gibt an, was jedes Familienmitglied mag.

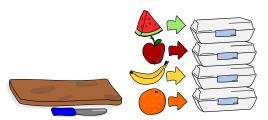


Packe die Früchte so in die Boxen, dass alle Bibers eine Box mit Früchten nehmen, die sie mögen.





Es gibt nur eine Möglichkeit, die Früchte so zu verteilen, dass alle garantiert etwas bekommen, das sie mögen:



Paps mag nur Orangen und geht als Letzter. Also kommen Orangen in die unterste Box. Ron geht als erster, zweiter oder dritter. Mams geht ausserdem vor Dorie, daher ist die Reihenfolge klar, wenn man weiss, wann Ron den Bau verlässt. Folgende drei Reihenfolgen sind möglich:

- Mams Mams Ron 1.
- 2. Dorie Ron Mams
- 3. Dorie Dorie Ron
- 4. Paps Paps Paps

Mams, Dorie und Ron könnten also alle als zweite gehen. In die zweite Box muss daher eine Frucht hinein, die alle drei mögen, und das erfüllt nur der Apfel. Für die oberste Box bleiben also nur Bananen und Wassermelone. Da Mams Bananen nicht mag, müssen wir hier die Wassermelone zuordnen. Damit bleiben die Bananen für die dritte Box.

#### Dies ist Informatik!

Die richtige Reihenfolge ist in vielen Bereichen der Informatik sehr relevant: Viele Berechnungen erfordern Zwischenergebnisse, die zunächst ermittelt werden müssen, bevor man zum Endresultat kommt. Werden die Rechenschritte auf unterschiedlichen Computern durchgeführt, könnten ohne sorgfältige Planung sogenannte Deadlocks entstehen. Das sind Situationen, in denen zwei oder mehr Computer aufeinander warten und auf diese Weise das Programm nie zum Ende kommt. Die falsche Reihenfolge führt meistens aber einfach zu Fehlern (wie bei den Bibers zu Missmut über die erwischten Früchte). Wenn zum Beispiel etwas mit der Formel  $Z \leftarrow (A+B) \cdot (A-B)$  berechnet werden soll, kann man das in folgende Schritte eines Programms aufteilen:

Eingabe A

Eingabe B

Berechne  $X \leftarrow A + B$ 

Berechne  $Y \leftarrow A - B$ 

Berechne  $Z \leftarrow X \cdot Y$ 

Versucht man aber z. B. den Rechenschritt  $Z \leftarrow X \cdot Y$  auszuführen, bevor man X berechnet hat, führt dies zu einem Fehler und dem Abbruch des Programms. Oder es wird ein Standardwert für X verwendet, was meistens zu einem falschen Resultat führt. Beim Programmieren ist also die Reihenfolge, in der die Anweisungen durchgeführt werden, relevant.



# Stichwörter und Webseiten

• Deadlock: https://de.wikipedia.org/wiki/Deadlock\_(Informatik)

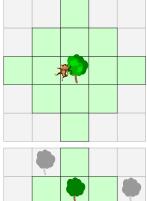






# 13. Kletteräffchen Koko

Kletteräffchen Koko kann von einem Baum so weit springen, wie es der grüne Bereich

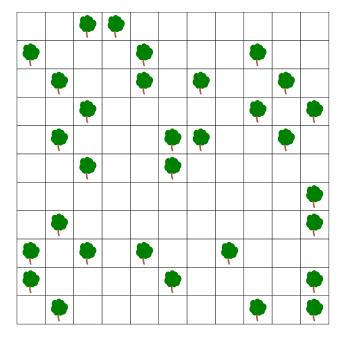


In folgendem Beispiel erreicht Koko die farbigen Bäume mit einem Sprung. Mit zwei Sprüngen sind auch die beiden grauen Bäume oben erreichbar, nicht aber der graue Baum unten.



Es gibt Gruppen von Bäumen, zwischen denen sich Koko mit mehreren Sprüngen beliebig bewegen kann, ohne jemals den Boden zu berühren.

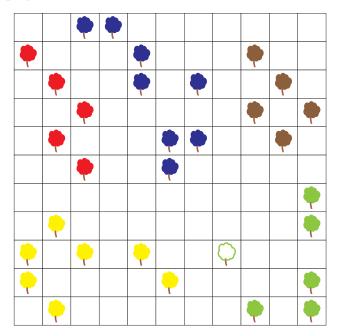
Markiere alle Bäume der grössten solchen Gruppe.







Im Bild unten haben zwei Bäume dieselbe Farbe, wenn Koko vom einen zum anderen gelangen kann, ohne den Boden zu berühren.



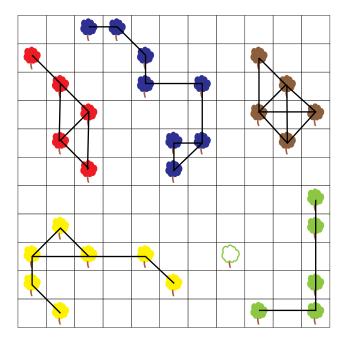
Wir sehen, dass die blaue Baumgruppe mit ihren acht Bäumen die grösste ist.

### Dies ist Informatik!

Wenn Koko von einem Baum direkt zum nächsten springen kann, sind sie quasi miteinander verbunden. Wir können dies als eine Linie zwischen den Bäumen darstellen, so wie unten gezeigt. Wir haben also einen Graphen mit Bäumen als Knoten und Kanten zwischen verbundenen Bäumen. Koko kann genau dann springend von einem Baum zu einem anderen gelangen, wenn die Kanten einen Weg zwischen den beiden Bäumen bilden.

Wir nennen eine Gruppe von Knoten zusammenhängend, wenn sie alle über Kanten miteinander verbunden sind. Wenn wir eine solche Gruppe nicht mehr grösser machen können, ohne den Zusammenhang zwischen ihnen zu verlieren, dann sprechen wir von einer Zusammenhangskomponente. Ein Graph lässt sich eindeutig in solche Zusammenhangskomponenten aufteilen, unten sind sie farbig markiert.





Eine Zusammenhangskomponente lässt sich einfach bestimmen, indem man bei einem beliebigen Knoten beginnt und dann alle über Kanten erreichbaren Knoten sucht.

# Stichwörter und Webseiten

• Zusammenhangskomponenten, https://de.wikipedia.org/wiki/Zusammenhang\_(Graphentheorie)







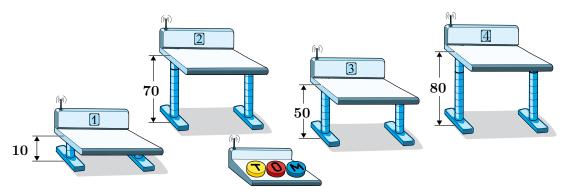
# Verflixte Pulte

Im Schulzimmer hat es Pulte mit elektrisch einstellbarer Höhe. Für den Unterricht sollten alle Pulte auf die Höhe 60 cm eingestellt sein. Mit den Tasten 🕔, 🞱 und 🐿 einer Fernbedienung kann die Höhe der Pulte verändert werden. Jemand hat mit der Fernbedienung gespielt und sie umprogrammiert. Jetzt funktionieren die drei Tasten folgendermassen:

- Terhöht jedes der Pulte 1, 2 und 3 um jeweils 10 cm.
- Senkt jedes der Pulte 2, 3 und 4 um jeweils 10 cm.
- Serhöht jedes der Pulte 1, 3 und 4 um jeweils 10 cm.

Diese Aktionen werden jedes Mal ausgeführt, wenn die Taste gedrückt wird.

Momentan sind die Höhen der Pulte 1, 2, 3 und 4 auf 10 cm, 70 cm, 50 cm und 80 cm eingestellt:



Wie kann die Höhe für alle vier Pulte auf 60 cm eingestellt werden?

- Drücke  $4 \times \bigcirc, 5 \times \bigcirc$  und  $1 \times \bigcirc$ . A)
- Drücke  $5 \times \bigcirc, 1 \times \bigcirc$  und  $0 \times \bigcirc$ .
- Drücke  $3 \times \bigcirc, 4 \times \bigcirc$  und  $2 \times \bigcirc$ . C)
- Drücke  $2 \times \bigcirc$ ,  $4 \times \bigcirc$  und  $6 \times \bigcirc$





Die korrekte Antwort ist C) Drücke  $3 \times \bigcirc$ ,  $4 \times \bigcirc$  und  $2 \times \bigcirc$ . Bei der Fernbedienung stellst du fest, dass alle drei Tasten mit jedem Mal Drücken die Höhe um 10 cm verändern, also immer um denselben Betrag. Zwei der Tasten lassen die Pulte höher werden ( $\bigcirc$  und  $\bigcirc$ ) und nur eine Taste senkt die Pulte ab ( $\bigcirc$ ). Zudem verändern alle drei Tasten die Höhe von jeweils drei Pulten, es bleibt also immer ein Pult, dessen Höhe unverändert bleibt. Die Taste  $\bigcirc$  hat keinen Einfluss auf Pult 1, wir können also Pult 1 gar nicht nach unten fahren.

Pult 1 ist um 50 cm zu tief. Daraus schliessen wir, dass wir genau 5 Mal die Taste  $\bigcirc$  oder  $\bigcirc$  drücken müssen (die Anzahl der Tastendrücke auf  $\bigcirc$  und auf  $\bigcirc$  muss zusammengerechnet genau 5 sein). Das kann man als Gleichung ausdrücken: T+M=5. Damit können wir Lösung D) ausschliessen, weil dort T+M=8 gilt. Nach der Tastenfolge von Lösung D) hätte das Pult 1 die Höhe 10+20+60=90 cm, nämlich die Ausgangshöhe 10 cm plus  $2\cdot 10$  cm für  $\bigcirc$  plus  $6\cdot 10$  cm für  $\bigcirc$ .

Pult 2 ist 10 cm zu hoch. We hat keinen Einfluss auf Pult 2. Somit gilt für die richtige Lösung T - O = -1. Damit können wir die Lösung B) ausschliessen, denn damit hätte das Pult 2 am Ende die Höhe 70 + 50 - 10 = 110.

Pult 3 ist 10 cm zu tief, also gilt: T - O + M = 1. Damit können die Lösungen A) und B) ausgeschlossen werden. Bei A) wäre die Höhe von Pult 3 am Ende wieder dieselbe, nämlich 50 + 40 - 50 + 10 = 50 cm; bei B) wäre die Höhe von Pult 3 am Ende 50 + 50 - 10 = 90 cm. Nun sind alle Lösungen ausgeschlossen bis auf Lösung C).

Es muss aber noch geprüft werden, ob Lösung C) auch für Pult 4 die richtige Höhe ergibt. Pult 4 ist 20 cm zu hoch und  $\bigcirc$  hat keinen Einfluss auf die Höhe von Pult 4. Also muss zwei Mal  $\bigcirc$  gedrückt werden und für jedes Drücken von  $\bigcirc$  braucht es ein zusätzliches Drücken von  $\bigcirc$ . Mit der Tastenfolge von Lösung C) ist die Höhe von Pult 4 am Ende 80 - 40 + 20 = 60 cm.

Da wir schon vorher für die Pulte 1, 2 und 3 festgestellt hatten, dass Lösung C) funktioniert, sind wir sicher, dass diese Lösung funktioniert.

Alternativ kann die Lösung mit vier linearen Gleichungen gesucht werden. Für jedes Pult schreibt man mit einer Gleichung auf, welche Tasten die Höhe des Pultes verändern und was die gesuchte Höhenveränderung ist. Beispielsweise verändert sich die Höhe von Pult 1 nur mit und und die gewünschte Höhenanpassung ist 50 cm, was man mit 5 Tastendrücken erreichen kann (weil es pro Tastendruck 10 cm sind).

Da es vier Pulte und drei Tasten sind, ergeben sich vier lineare Gleichungen mit drei Unbekannten:

$$T+M=5$$
 
$$T-O=-1$$
 Wenn man die dritte Gleichung von der ersten abzieht, erhält man  $O=4$ . Eingesetzt in die zweite Gleichung erhalten wir  $T=3$ . Nur für  $M=2$  sind alle Gleichungen erfüllt. Somit ist es die einzige Lösung.  $O+M=-2$ 

2021-SV-01





#### Dies ist Informatik!

Dies ist eine typische Aufgabe aus dem Bereich der diskreten Optimierung, genauer spezifiziert, der linearen Programmierung. Diese Aufgabe ist gegeben durch eine Menge von Einschränkungen. In diesem Spezialfall kann man sie alle als lineare Gleichungen formulieren. Die Zielsetzung ist typisch für die Informatik. Man sucht eine Folge von Aktionen, die zu einem vorgegebenen Ziel führen. Man könnte sogar die ganze Aufgabe als die Suche nach einem Weg in einem vierdimensionalen Raum mit drei erlaubten Bewegungsaktionen beschreiben, nämlich vom Punkt (10, 70, 50, 80) zum Punkt (60, 60, 60, 60). In dieser Aufgabe gibt es nur eine Lösung, aber solche Aufgaben haben oft viele Lösungen, was eine Optimierung als Zielsetzung ermöglicht. Dann sucht man das Minimum der linearen Funktion T + M + O.

### Stichwörter und Webseiten

- Diskrete Optimierung, ganzzahlige lineare Optimierung: https://de.wikipedia.org/wiki/Ganzzahlige\_lineare\_Optimierung
- Erreichbarkeit in gerichteten Konfigurationsgraphen: https://de.wikipedia.org/wiki/Erreichbarkeitsproblem\_in\_Graphen





# 15. Murmelband

Der Biber bewegt sich Feld für Feld von links nach rechts über ein Band. Auf jedem Feld des Bands kann eine Murmel liegen.



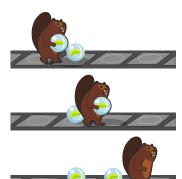
Immer, wenn der Biber auf ein Feld mit einer Murmel kommt und er die Hände frei hat, hebt er die Murmel auf und trägt sie dann mit sich.



Beim ersten freien Feld legt er die Murmel wieder ab.

Der Biber kann immer nur eine Murmel tragen und auf jedem Feld hat nur eine Murmel Platz.

Trägt der Biber schon eine Murmel, wenn er ein Feld mit einer anderen Murmel erreicht,  $\dots$ 



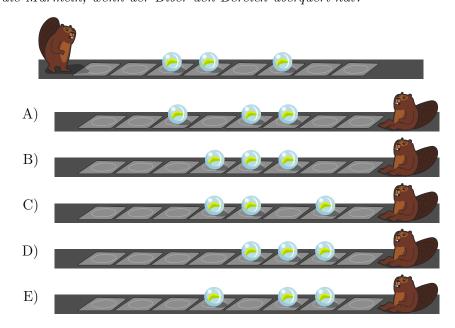
... dann geht er an ihr vorbei ...

... und legt seine Murmel auf das nächste freie Feld.

Danach kann er die nächste Murmel wieder aufheben.



Der Biber steht vor einem Bereich des Bandes, auf dem drei Murmeln liegen. Auf welchen Feldern befinden sich die Murmeln, wenn der Biber den Bereich überquert hat?

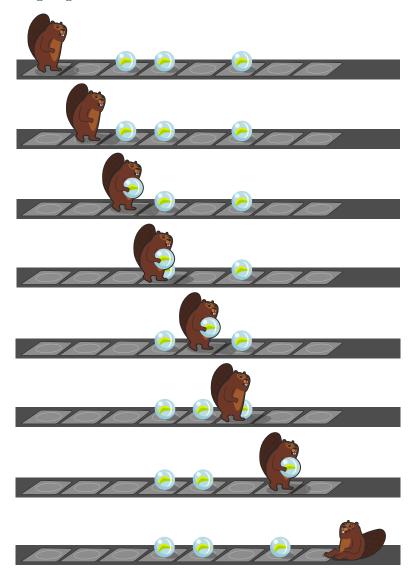




Die richtige Anwort ist C.



Die folgende Abbildung zeigt den Ablauf:



### Dies ist Informatik!

In der Informatik führen oft auch relativ einfache Operationen zu interessanten Ergebnissen. Diese Aufgabe ist ein gutes Beispiel dafür. Das Vorgehen des Bibers ist ein Algorithmus. Er beruht darauf, dass der Biber 2 verschiedene Zustände einnehmen kann (Murmel tragend oder nicht) und dass er auf seinem Weg 2 verschiedene Arten von Feldern vorfinden kann (belegte und leere).



So einfach das Beispiel in dieser Biberaufgabe ist, enthält es doch einige der wesentlichen Elemente einer Turingmaschine. Eine Turingmaschine (benannt nach dem Mathematiker Alan Turing) ist ein spezieller, sehr simpel strukturierter Computer. Eine Turingmaschine kann grundsätzlich alle Algorithmen ausführen, die ein herkömmlicher Computer ausführen kann. In der Praxis werden trotzdem keine Turingmaschinen als Computer verwendet, denn wir können Computer bauen, die zwar komplizierter, aber viel effizienter sind. Turingmaschinen sind vor allem in der Theorie nützlich. Durch ihre simple Struktur kann man relativ einfach Aussagen über Turingmaschinen beweisen. Und wenn man beweisen kann, dass eine Aufgabe für Turingmaschinen nicht lösbar ist, dann kann keiner unserer Computer sie lösen.

#### Eine Turingmaschine besteht aus:

- Einem beliebig langen *Band*, bestehend aus einzelnen *Feldern*. In jedem Feld kann ein *Symbol* stehen. Das sind bei unserem Beispiel die Felder, über die sich der Biber bewegt.
- Einer endlichen Menge von *Symbolen*. Oft benützt man nur 0 und 1 als Symbole. In unserem Beispiel steht eine Murmel für 1 und eine freie Stelle für 0.
- Einem Lese-Schreib-Kopf, der sich auf dem Band in beide Richtungen bewegen und dabei die Symbole auf dem Band lesen und auch neue Symbole schreiben kann. In unserem Beispiel hat der Biber die Rolle des Lese-Schreib-Kopfs.
- Einer endlichen Menge von sogenannten Zuständen. Das Verhalten des Lese-Schreib-Kopfs kann sich je nach Zustand ändern. In unserem Fall gibt es nur zwei Zustände, nämlich «Murmel tragend» und «nicht Murmel tragend».
- Einer Menge von Regeln: Was passiert, abhängig vom Zustand, wenn ein bestimmtes Symbol vom Band gelesen wird? Mögliche Aktionen sind: ein Wechseln des Zustands, das Schreiben eines neuen Symbols auf das Band und das Bewegen des Lese-Schreib-Kopfs um ein Feld nach links oder rechts.

#### Stichwörter und Webseiten

• Turingmaschine: https://de.wikipedia.org/wiki/Turingmaschine



# A. Aufgabenautoren

- Michael Barot
- Wilfried Baumann
- Linda Björk Bergsveinsdóttir
- Javier Bilbao
- Lucia Budinská
- Sarah Chan
- Kris Coolsaet
- Christian Datzko
- Susanne Datzko
- Janez Demšar
- Fabian Frei
- Jens Gallenbacher
- Thomas Galler
- Mathias Hiron
- Juraj Hromkovič
- Alisher Ikramov
- Vaidotas Kinčius
- Regula Lacher

- Taina Lehtimäki
- Angélica Herrera Loyo
- Mochammad Irfan Noviana
- Gabriela Lourdes Rodríguez Parada
- Jean-Philippe Pellet
- Zsuzsa Pluhár
- Wolfgang Pohl
- Rodrigo Santamaría
- Eljakim Schrijvers
- Tomas Šiaulys
- Timur Sitdikov
- Bernadette Spieler
- Ahto Truu
- Florentina Voboril
- Eslam Wageed
- Michael Weigend
- Kyra Willekes
- Mija Zaļūksne



# B. Sponsoring: Wettbewerb 2021

## **HASLERSTIFTUNG**

http://www.haslerstiftung.ch/

Stiftungszweck der Hasler Stiftung ist die Förderung der Informations- und Kommunikationstechnologie (IKT) zum Wohl und Nutzen des Denk- und Werkplatzes Schweiz. Die Stiftung will aktiv dazu beitragen, dass die Schweiz in Wissenschaft und Technologie auch in Zukunft eine führende Stellung innehat.



http://www.baerli-biber.ch/

Schon in der vierten Generation stellt die Familie Bischofberger ihre Appenzeller Köstlichkeiten her. Und die Devise der Bischofbergers ist dabei stets dieselbe geblieben: «Hausgemacht schmeckt's am besten». Es werden nur hochwertige Rohstoffe verwendet: reiner Bienenhonig und Mandeln allererster Güte. Darum ist der Informatik-Biber ein «echtes Biberli».



http://www.verkehrshaus.ch/



Standortförderung beim Amt für Wirtschaft und Arbeit Kanton Zürich



i-factory (Verkehrshaus Luzern)

Die i-factory bietet ein anschauliches und interaktives Erproben von vier Grundtechniken der Informatik und ermöglicht damit einen Erstkontakt mit Informatik als Kulturtechnik. Im optischen Zentrum der i-factory stehen Anwendungsbeispiele zur Informatik aus dem Alltag und insbesondere aus der Verkehrswelt in Form von authentischen Bildern, Filmbeiträgen und Computer-Animationen. Diese Beispiele schlagen die Brücke zwischen der spielerischen Auseinandersetzung in der i-factory und der realen Welt.



http://www.ubs.com/

Wealth Management IT and UBS Switzerland IT





http://www.oxocard.ch/

OXOcard: Spielend programmieren lernen

OXON



https://educatec.ch/

educaTEC

Wir sind MINT-Experten. Seit unserer Gründung 2004 verfolgen wir das Ziel, Technik und ingenieurwissenschaftliches Denken in öffentlichen und privaten Schulen der Schweiz zu fördern. In Kombination mit kompetenter Beratung und Unterstützung offerieren wir Lehrkräften innovative Lehrmaterialien von weltweit führenden Herstellern sowie Lernkonzepte für den MINT-Bereich und verwandte Fächer.



http://senarclens.com/ Senarclens Leu & Partner



http://www.abz.inf.ethz.ch/

Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht der ETH Zürich.



http://www.hepl.ch/

Haute école pédagogique du canton de Vaud



http://www.phlu.ch/

(SUPSI)

Pädagogische Hochschule Luzern



Fachhochschule Nordwestschweiz https://www.fhnw.ch/de/die-fhnw/hochschulen/ph Pädagogische Hochschule FHNW

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana

http://www.supsi.ch/home/supsi.html La Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana

SUPSI



PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE ZÜRICH

PH ZH https://www.phzh.ch/ Pädagogische Hochschule Zürich



# C. Weiterführende Angebote

#### Das Lehrmittel zum Informatik-Biber

#### Module

Verkehr - Optimieren

Musik - Komprimieren

Geheime Botschaften - Verschlüsseln

Internet - Routing

Apps

Auszeichnungssprachen





www.svia-ssie-ssii.ch schweizerischervereinfürinformatikind erausbildung//sociétésuissepourl'infor matiquedansl'enseignement//societàsviz zeraperl'informaticanell'insegnamento http://informatik-biber.ch/einleitung/

Das Lehrmittel zum Biber-Wettbewerb ist ein vom SVIA, dem schweizerischen Verein für Informatik in der Ausbildung, initiiertes Projekt und hat die Förderung der Informatik in der Sekundarstufe I zum Ziel.

Das Lehrmittel bringt Jugendlichen auf niederschwellige Weise Konzepte der Informatik näher und zeigt dadurch auf, dass die Informatikbranche vielseitige und spannende Berufsperspektiven bietet.

Lehrpersonen der Sekundarstufe I und weiteren interessierten Lehrkräften steht das Lehrmittel als Ressource zur Vor- und Nachbereitung des Wettbewerbs kostenlos zur Verfügung.

Die sechs Unterrichtseinheiten des Lehrmittels wurden seit Juni 2012 von der LerNetz AG in Zusammenarbeit mit dem Fachdidaktiker und Dozenten Dr. Martin Guggisberg der PH FHNW entwickelt. Das Angebot wurde zweisprachig (Deutsch und Französisch) entwickelt.

I learn it: http://ilearnit.ch/

In thematischen Modulen können Kinder und Jugendliche auf dieser Website einen Aspekt der Informatik auf deutsch und französisch selbständig entdecken und damit experimentieren. Derzeit sind sechs Module verfügbar.

Werden Sie SVIA Mitglied – http://svia-ssie-ssii.ch/svia/mitgliedschaft und unterstützten Sie damit den Informatik-Biber.

Ordentliches Mitglied des SVIA kann werden, wer an einer schweizerischen Primarschule, Sekundarschule, Mittelschule, Berufsschule, Hochschule oder in der übrigen beruflichen Ausund Weiterbildung unterrichtet.

Als Kollektivmitglieder können Schulen, Vereine oder andere Organisationen aufgenommen werden.